HERALD OF SCIENCE NO. 58

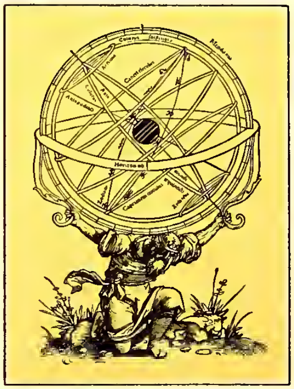
IN GROLIER EXHIB.-1952

BURNDY
LIBRARY
Chartered in 1941

GIFT OF
BERN DIBNER

The Dibner Library
of the History of
Science and Technology

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES



47-10

MÉMOIRES

SUR L'ÉLECTRICITÉ

ET LE MAGNÉTISME,

EXTRAITS des Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris, publiés dans les années 1785 à 1789, *avec planches et tableaux*.

PAR COULOMB,

Officier du Génie, Membre de l'Institut de France.

PARIS,

Chez BACHELIER, Libraire, quai des Augustins, n° 55.

AVIS.

Tous les Mémoires épars dans la Collection des Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, depuis l'origine en 1666 jusqu'en 1790, se vendent séparément; de même que ceux publiés dans le Recueil des Savans étrangers, en 11 volumes, et dans le Recueil des Prix, en 9 vol.

Autres Mémoires de M. Coulomb, publiés dans le Recueil de l'Académie.

Essai sur une application des règles de *maximis* et *minimis* à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture, avec pl., 3 fr. et 3 f. 50 cent. franc de port.

Observations théoriques et expérimentales sur l'effet des moulins à vent, et sur la figure de leurs ailes. 1 fr. 50 c.

Théorie des machines simples, en ayant égard au frottement de leurs parties et à la roideur des cordages. 7 fr. 50 c., et 9 fr. franc de port.

Recherches théoriques et expérimentales sur la force de torsion, et sur l'élasticité des fils de métal, avec pl., 3 fr. 50 c. et 4 fr. franc de port.

Description d'une boussole, avec planch., 3 fr. et 3 fr. 50 c. fr. de port.

Mémoire sur les frottemens de la pointe des pivots, avec pl., 2 fr. et 2 fr. 50 c. fr. de port.

Recherches sur la meilleure manière de fabriquer les aiguilles aimantées, de les suspendre, et de s'assurer qu'elles sont dans le véritable méridien magnétique; enfin, de rendre raison de leurs variations diurnes régulières, avec planch. 7 fr. 50 c. et 9 fr. franc de port.

517
C85
1789
RB
NMAH

PREMIER MÉMOIRE
SUR
L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME.

Par M. COULOMB.

Construction & usage d'une Balance électrique, fondée sur la propriété qu'ont les Fils de métal, d'avoir une force de réaction de Torsion proportionnelle à l'angle de Torsion.

Détermination expérimentale de la loi suivant laquelle les élémens des Corps électrisés du même genre d'Électricité, se repoussent mutuellement.

DANS un Mémoire donné à l'Académie, en 1784, j'ai déterminé, d'après l'expérience, les loix de la force de torsion d'un fil de métal, & j'ai trouvé que cette force étoit, en raison composée de l'angle de torsion, de la quatrième puissance du diamètre du fil de suspension & de l'inverse de sa longueur, en multipliant le tout par un coéfficient constant qui dépend de la nature du métal, & qui est facile à déterminer par l'expérience.

J'ai fait voir dans le même Mémoire, qu'au moyen de cette force de torsion, il étoit possible de mesurer avec précision des forces très-peu considérables, comme, par exemple, un dix millième de grain. J'ai donné dans le même Mémoire une première application de cette théorie, en cherchant à évaluer la force constante attribuée à l'adhérence dans la formule qui exprime le frottement de la surface d'un corps solide en mouvement dans un fluide.

Je mets aujourd'hui sous les yeux de l'Académie, une balance électrique construite d'après les mêmes principes;

elle mesure avec la plus grande exactitude l'état & la force électrique d'un corps, quelque foible que soit le degré d'électricité.

Construction de la Balance.

Quoique la pratique m'ait appris que, pour exécuter d'une manière commode plusieurs expériences électriques, il faut corriger quelques défauts dans la première balance de ce genre que j'ai fait faire ; cependant, comme c'est jusqu'ici la seule dont je me sois servi, j'en vais donner la description, en avertissant que sa forme & sa grandeur peuvent & doivent être variées suivant la nature des expériences que l'on a dessein de faire. La figure première représente en perspective cette balance, dont voici le détail.

Sur un cylindre de verre *A B C D*, de 12 pouces de diamètre & de 12 pouces de hauteur, l'on place un plateau de verre de 13 pouces de diamètre, qui recouvre en entier le vaisseau de verre ; ce plateau est percé de deux trous de 20 lignes à peu-près de diamètre, l'un au milieu, en *f*, sur lequel s'élève un tuyau de verre de 24 pouces de hauteur ; ce tuyau est cimenté sur le trou *f*, avec le ciment en usage dans les appareils électriques : à l'extrémité supérieure du tuyau en *h*, est placé un micromètre de torsion que l'on voit en détail à la *figure 2*. La partie supérieure, *n.° 1*, porte le bouton *b*, l'index *i o*, & la pince de suspension *q* ; cette pièce entre dans le trou *G* de la pièce *n.° 2* ; cette pièce, *n.° 2* est formée d'un cercle *a b* divisé sur son champ en 360 degrés, & d'un tuyau de cuivre Φ qui entre dans le tuyau *H, n.° 3*, soudé à l'intérieur de l'extrémité supérieure du tuyau ou de la tige *f h* de verre de la *figure 1.ʳᵉ*. La pince *q, figure 2, n.° 1*, a à peu-près la forme de l'extrémité d'un porte-crayon solide, qui peut se serrer au moyen de l'anneau *q* ; c'est dans la pince de ce porte-crayon, qu'est saisie l'extrémité d'un fil d'argent très-fin ; l'autre extrémité du fil d'argent est saisie *(fig. 3)*, en *P*, par la pince d'un cylindre *P o* de cuivre ou de fer,

DSI

dont le diamètre n'a guère qu'une ligne, & dont l'extrémité *P* eſt fendue, & forme une pince qui ſe ſerre par le moyen du coulant Φ. Ce petit cylindre eſt renflé & percé en *C*, pour y faire gliſſer (*fig. 1*) l'aiguille *ag*: il faut que le poids de ce petit cylindre ſoit aſſez conſidérable pour tendre le fil d'argent ſans le rompre. L'aiguille que l'on voit (*fig. 1*) en *a g*, ſuſpendue horizontalement à la moitié à peu-près de la hauteur du grand vaſe qui la renferme, eſt formée, ou d'un fil de ſoie enduit de cire d'Eſpagne, ou d'une paille également enduite de cire d'Eſpagne, & terminée depuis *q* juſqu'en *a*, ſur 18 lignes de longueur, par un fil cylindrique de gomme-laque: à l'extrémité *a* de cette aiguille, eſt une petite balle de ſureau de deux à trois lignes de diamètre; en *g*, eſt un petit plan vertical de papier paſſé à la térébenthine, qui ſert de contre-poids à la balle *a*, & qui ralentit les oſcillations.

Nous avons dit que le couvercle *AC* étoit percé d'un ſecond trou en *m*; c'eſt dans ce ſecond trou que l'on introduit un petit cylindre *m*Φ*t*, dont la partie inférieure Φ*t* eſt de gomme-laque; en *t*, eſt une balle également de ſureau; autour du vaſe, à la hauteur de l'aiguille, l'on décrit un cercle *zQ* diviſé en 360 degrés: pour plus de ſimplicité, je me ſers d'une bande de papier diviſée en 360 degrés, que je colle autour du vaſe, à la hauteur de l'aiguille.

Pour commencer à opérer avec cet inſtrument, je fais à peu-près, en plaçant le couvercle, répondre le trou *m* à la première diviſion, ou au point *o* du cercle *zoq* tracé ſur le vaſe. Je place l'index *oi* du micromètre ſur le point *o* ou la première diviſion de ce micromètre; je fais enſuite tourner tout le micromètre dans le tube vertical *fh*, juſqu'à ce qu'en regardant par le fil vertical qui ſuſpend l'aiguille, & le centre de la balle, l'aiguille *ag* ſe trouve répondre à la première diviſion du cercle *zoq*. J'introduis enſuite par le trou *m* l'autre balle *t* ſuſpendue au fil *m*Φ*t*, de manière qu'elle touche la balle *a*, & qu'en regardant par le centre

du fil de ſuſpenſion & la balle *t*, l'on rencontre la première diviſion *o* du cercle *z o q*. La balance eſt actuellement en état de ſe prêter à toutes les opérations; nous allons en donner pour exemple, le moyen dont nous nous ſommes ſervi pour déterminer la loi fondamentale ſuivant laquelle les corps électriſés ſe repouſſent.

Loi fondamentale de l'Électricité.

La force répulſive de deux petits globes électriſés de la même nature d'électricité, eſt en raiſon inverſe du carré de la diſtance du centre des deux globes.

EXPÉRIENCE.

L'on électriſe, *fig. 4*, un petit conducteur, qui n'eſt autre choſe, qu'une épingle à groſſe tête, qui ſe trouve iſolée en enfonçant ſa pointe dans l'extrémité d'un bâton de cire d'Eſpagne; l'on introduit cette épingle dans le trou *m*, & on lui fait toucher la balle *t*, en contact avec la balle *a*: en retirant l'épingle, les deux balles ſe trouvent électriſées de la même nature d'électricité, & elles ſe chaſſent mutuellement, à une diſtance que l'on meſure, en regardant par le fil de ſuſpenſion & le centre de la balle *a*, la diviſion correſpondante du cercle *z o q*: tournant enſuite l'index du micromètre dans le ſens, *p n o*, l'on tord le fil de ſuſpenſion *lp*, & l'on produit une force proportionnelle à l'angle de torſion, qui tend à rapprocher la balle *a* de la balle *t*. L'on obſerve, par ce moyen, la diſtance à laquelle différens angles de torſion ramènent la balle *a* vers la balle *t*, & en comparant les forces de torſions avec les diſtances correſpondantes des deux balles, l'on détermine la loi de répulſion.

Je préſenterai ſeulement ici, quelques eſſais qui ſont faciles à répéter, & qui mettront tout de ſuite ſous les yeux, la loi de la répulſion.

Premier Eſſai. Ayant électriſé les deux balles avec la

tète d'épingle, l'index du micromètre répondant à *o*, la balle *a* de l'aiguille s'eſt éloignée de la balle *t* de 36 degrés.

Deuxième Eſſai. Ayant tordu le fil de ſuſpenſion, au moyen du bouton *o* du micromètre de 126 degrés, les deux balles ſe ſont rapprochées & arrêtées à 18 degrés de diſtance l'une de l'autre.

Troiſième Eſſai. Ayant tordu le fil de ſuſpenſion de 567 degrés, les deux balles ſe ſont rapprochées à 8 degrés & demi.

Explication & réſultat de cette expérience.

Lorſque les balles ne ſont pas encore électriſées, elles ſe touchent, & le centre de la balle *a*, ſuſpendue à l'aiguille, n'eſt éloigné du point où la torſion du fil de ſuſpenſion eſt nulle, que de la moitié des diamètres de deux balles. Il faut être averti que le fil d'argent *lp*, qui formoit la ſuſpenſion, avoit 28 pouces de longueur, & ce fil étoit ſi fin, que le pied de longueur de ce fil ne peſoit que $\frac{1}{16}$ de grains. En calculant la force qu'il falloit pour tordre ce fil, en agiſſant au point *a*, éloigné de quatre pouces du fil *lp* ou du centre de ſuſpenſion, j'ai trouvé, par les formules expliquées dans un Mémoire ſur les loix de la force de torſion des fils de métal, imprimé dans le *volume de l'Académie pour 1784*. que pour tordre ce fil de 360 degrés, il ne falloit employer au point *a*, en agiſſant avec le levier *an*, de quatre pouces de longueur, qu'une force de $\frac{1}{340}$ de grains : ainſi comme les forces de torſion ſont, comme il eſt prouvé dans ce Mémoire, comme les angles de torſion, la moindre force répulſive entre les deux balles, les éloignoit ſenſiblement l'une de l'autre.

Nous trouvons dans notre première expérience, où l'index du micromètre eſt ſur le point *o*, que les balles ſont éloignées de 36 degrés, ce qui produit en même temps une force de torſion de $36^d = \frac{1}{3400}$ de grain; dans le

ſecond eſſai, la diſtance des balles eſt de 18 degrés, mais comme l'on a tordu le micromètre de 126 degrés, il en réſulte qu'à une diſtance de 18 degrés, la force répulſive étoit 144 degrés: ainſi à la moitié de la première diſtance, la répulſion des balles eſt quadruple.

Dans le troiſième eſſai, l'on a tordu le fil de ſuſpenſion de 567 degrés, & les deux balles ne ſe trouvent plus éloignées que de 8 degrés & demi. La torſion totale, étoit par conſéquent, 576 degrés, quadruple de celle du deuxième eſſai, & il ne s'en falloit que d'un demi-degré que la diſtance des deux balles dans ce troiſième eſſai, ne fut réduite à la moitié de celle où elle étoit au deuxième. Il réſulte donc de ces trois eſſais, que l'action répulſive que les deux balles électriſées de la même nature d'électricité exercent l'une ſur l'autre, ſuit la raiſon inverſe du carré des diſtances.

Première Remarque.

En répétant l'expérience qui précède, l'on obſervera, qu'en ſe ſervant d'un fil d'argent, auſſi fin que celui que nous avons employé, qui ne donne pour la force de torſion d'un angle de 5 degrés, qu'un 24 millième de grain, à peu-près, quelque calme que ſoit l'air, & quelques précautions que l'on prenne, l'on ne pourra répondre de la poſition naturelle de l'aiguille, lorſque la torſion eſt nulle, qu'à 2 ou 3 degrés près. Ainſi, pour avoir un premier eſſai à comparer avec les ſuivans, il faut, après avoir électriſé les deux balles, tordre le fil de ſuſpenſion de 30 à 40 degrés, ce qui réuni à la diſtance des deux balles obſervées, donnera une force de torſion aſſez conſidérable, pour que les 2 ou 3 degrés d'incertitude dans la première poſition de l'aiguille, lorſque la torſion eſt nulle, ne produiſent pas dans les réſultats une erreur ſenſible. Il faut d'ailleurs être averti, que le fil d'argent, dont je me ſuis ſervi dans cette expérience, eſt ſi fin, qu'il caſſe au moindre ébranlement: j'ai trouvé dans la ſuite, qu'il étoit plus com-

mode d'employer dans les expériences un fil de suspension d'un diamètre presque double, quoique sa flexibilité de torsion fût de quatorze à quinze fois moins grande que celle du premier. Il faut avoir soin, avant de faire usage de ce fil d'argent, de le tenir pendant deux ou trois jours tendu par un poids qui soit à peu-près la moitié de celui qu'il peut porter sans se rompre; il faut encore avertir, qu'en employant ce dernier fil d'argent, il ne faut jamais le tordre au-delà de 300 degrés, parce que passé ce terme de torsion, il commence à s'écrouir, & ne réagit plus, ainsi que nous l'avons prouvé dans le Mémoire déjà cité, imprimé en 1784, qu'avec une force moindre que l'angle de torsion.

Deuxième Remarque.

L'électricité des deux balles diminue un peu pendant le temps que dure l'expérience; j'ai éprouvé que, le jour où j'ai fait les essais qui précèdent, les balles électrisées se trouvant par leur répulsion à 30 degrés de distance l'une de l'autre, sous un angle de torsion de 50 degrés, elles se sont rapprochées d'un degré dans trois minutes; mais comme je n'ai employé que deux minutes à faire les trois essais qui précèdent, l'on peut, dans ces expériences, négliger l'erreur qui résulte de la perte de l'électricité. Si l'on desire une plus grande précision, où lorsque l'air est humide, & que l'électricité se perd rapidement, l'on doit, par une première observation, déterminer la doit ou la diminution de l'action électrique des deux balles dans chaque minute, & se servir ensuite de cette première observation, pour corriger les résultats des expériences que l'on voudra faire ce jour-là.

Troisième Remarque.

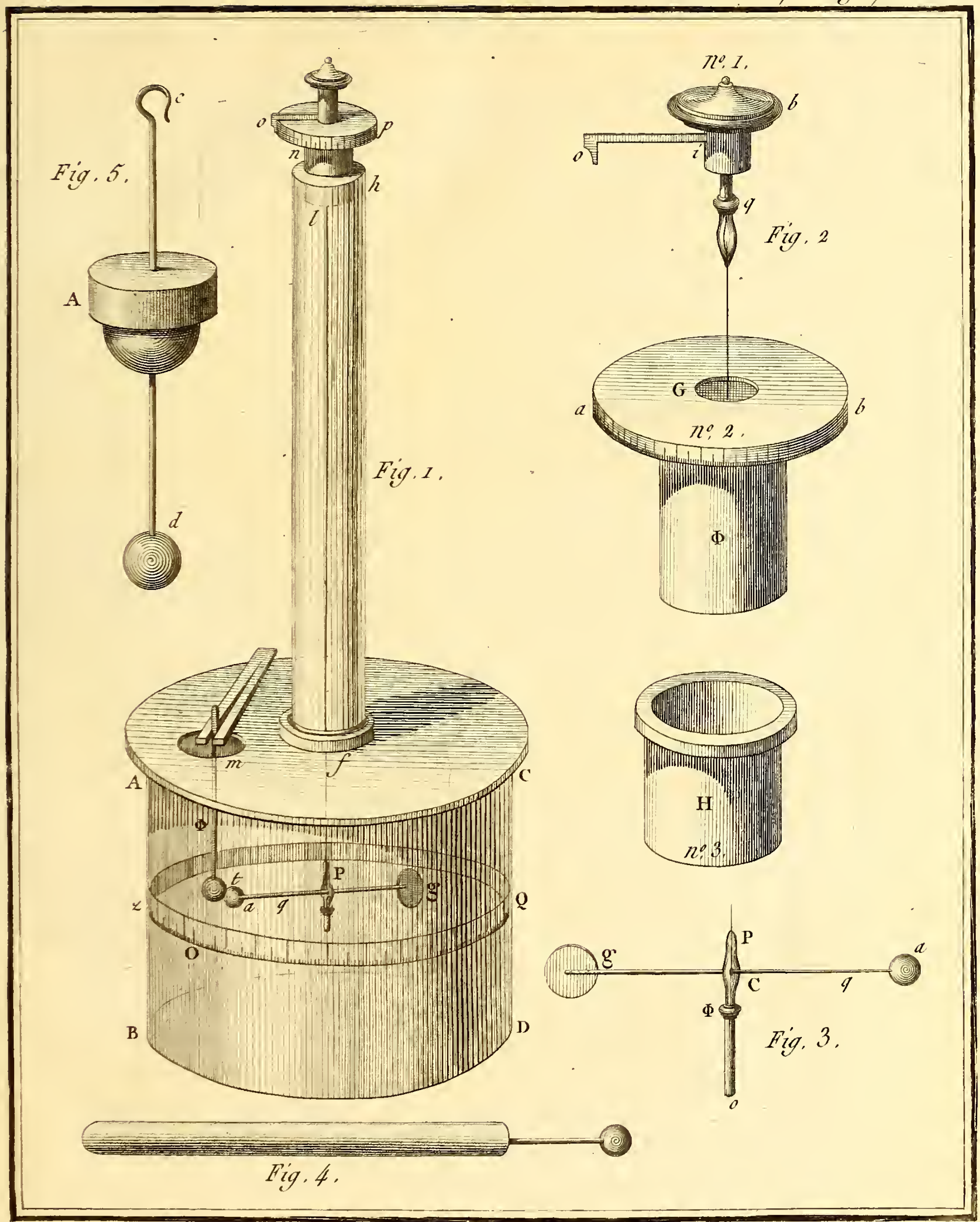
La distance des deux balles, lorsqu'elles sont éloignées l'une de l'autre par leur action répulsive réciproque, n'est pas précisément mesurée par l'angle qu'elles forment, mais par la corde de l'arc qui joint leur centre; de

même que le levier à l'extrémité duquel s'exerce l'action, n'est pas mesuré par la moitié de la longueur de l'aiguille, ou par le rayon, mais par le cosinus de la moitié de l'angle formé par la distance des deux balles; ces deux quantités, dont l'une est plus petite que l'arc, & diminue par conséquent la distance mesurée par cet arc, dans le temps que l'autre diminue le levier, se compensent en quelque façon; & dans les expériences du genre de celles dont nous sommes occupés, l'on peut sans erreur sensible, s'en tenir à l'évaluation que nous avons donnée, si la distance des deux balles ne passe pas 25 à 30 degrés; dans les autres cas, il faut en faire le calcul rigoureusement.

Quatrième Remarque.

Comme l'expérience prouve, que dans une chambre bien fermée, l'on peut déterminer avec le premier fil d'argent à 2 ou 3 degrés près, la position de l'aiguille, quand la torsion est nulle, ce qui donne, d'après le calcul des forces de torsion, proportionnelles à l'angle de torsion, une force tout au plus d'un quarante millième de grains, les plus foibles degrés de l'électricité se mesureront facilement avec cette balance. Pour cette opération, l'on fait passer, *fig. 5*, à travers un bouchon de cire d'Espagne, un petit fil de cuivre *c d*, terminé en *c* par un crochet, & en *d*, par une petite balle de sureau dorée, & l'on met le bouchon *A* dans le trou *m* de la balance *fig. 1*, de manière que le centre de la balle *d*, vue par le fil de suspension, répond au point *o* du cercle *z o q*; en approchant ensuite un corps électrisé du crochet *c*, quelque foible que soit l'électricité de ce corps, la balle *a* se séparant de la balle *d*, donne des signes de l'électricité, & la distance des deux balles en mesure la force, d'après le principe de la raison inverse du carré des distances.

Mais je dois prévenir que, depuis ces premières expériences, j'ai fait exécuter différens petits électromètres, d'après



Fossier del.

Y. le Gouaz sc.

dans l'Océan Atlantique, produisent des espèces qui leur sont particulières, et qu'on ne retrouve ni au Brésil, ni en Afrique, par les mêmes latitudes.

M. Durville, ayant eu l'attention de noter autant que possible le degré de fréquence relative de chaque espèce végétale, dans tous les terrains qu'il a parcourus, aura ainsi fourni à ceux qui s'occupent spécialement de la géographie botanique de précieuses données. Les notes dont ses herbiers sont accompagnés, sur l'utilité de certaines espèces de plantes dans l'économie domestique, sur la nature et l'élévation du sol où elles croissent, sur les noms qu'elles portent dans les diverses îles, ne sont pas moins curieuses. Ajoutons que durant son voyage M. Durville avait envoyé au Muséum divers paquets de graines : les espèces qui en proviennent y sont maintenant cultivées. Les objets nombreux recueillis et observés par cet officier étendront notablement le domaine des sciences naturelles, et lui assurent la reconnaissance de tous ceux qui les cultivent.

Relation historique.

Les documents que rapporte l'expédition sur les mœurs et les habitudes des diverses peuplades des Carolines, sur les indigènes de la Nouvelle-Zélande, sur les habitants d'Otahiti, si différents aujourd'hui de ceux que Cook et Bougainville y trouvèrent, nous ont paru pleins d'intérêt. Les vocabulaires des langues de ces îles que M. Duperrey a recueillis sont très-nombreux. On en doit quelques-uns aux propres recherches de nos voyageurs. Le plus grand nombre leur a été communiqué par les missionnaires anglais. Ces vocabulaires exciteront au plus haut degré la curiosité de ceux qui

cherchent à retrouver comment la migration des peuples s'est opérée dans la vaste étendue de la mer du Sud. L'on devra à M. Gabert, agent comptable, auquel les langues européennes sont devenues familières, des renseignements curieux sur l'état du commerce et de l'industrie des colonies visitées par la *Coquille*. Quant aux traits physiques des habitants de ces divers archipels, ils sont représentés dans une série de 43 portraits exécutés avec beaucoup de talent, à l'aide de moyens optiques, par M. Lejeune. La ressemblance, d'après le témoignage unanime des officiers de la *Coquille*, est plus parfaite qu'on ne l'avait jamais obtenue par d'autres méthodes. On doit encore à M. Lejeune 57 dessins de costumes; 40 petits tableaux; 83 vues ou paysages; enfin, 59 dessins représentant des armes, des ustensiles de ménage et divers autres objets. L'auteur de ce riche portefeuille n'avait été embarqué sur la *Coquille* que comme amateur. Un dessinateur en titre et soldé eût difficilement montré, comme on voit, plus de zèle et d'activité. Personne n'aura de doute sur l'heureux parti qu'on tirera de plusieurs de ces dessins pour orner la relation historique du voyage, quand nous aurons annoncé que M. le général Lejeune veut bien consentir à devenir, dans ce travail, le guide de son neveu. M. Bérard, dont nous avons eu déja si souvent l'occasion de signaler l'activité, a dessiné avec un succès très-remarquable toutes les espèces de pirogues dont se servent les habitants des nombreux archipels de la mer du Sud. C'est un travail complet en son genre, et qui fournit plus d'une occasion d'admirer à quel point le besoin et une longue expérience suppléent aux connaissances scientifiques.

Conclusion.

L'Académie trouvera, dans les analyses qui précèdent, la preuve que le voyage de la *Coquille* mérite d'occuper un rang distingué parmi les plus brillantes expéditions scientifiques exécutées, soit par la marine française, soit par celles des autres nations. La Commission n'a qu'un vœu à émettre, c'est qu'une publication prompte et détaillée mette le monde savant en possession des richesses aussi nombreuses que variées dont on est redevable au zèle, au talent et à l'infatigable activité de M. Duperrey et de ses collaborateurs.

La publication des résultats de cet important ouvrage a été entreprise et poursuivie avec beaucoup de soin. Trois livraisons relatives à la zoologie ont déja paru (fin de mai 1827); les observations magnétiques, celles du pendule, sont livrées à l'impression pour le recueil de la Connaissance des temps; la partie géographique est terminée, et ne tardera point à être rendue publique. La plupart des cartes sont gravées : il en est de même des dessins qui sont joints à la relation historique.

M. Paul-Laurent, ancien élève de l'école Polytechnique, professeur de dessin à l'école forestière de Nancy, a proposé un nouveau moyen de suppléer à la gravure sur cuivre, et de multiplier promptement et à peu de frais les empreintes d'un dessin. Son procédé consiste à calquer le dessin avec une pointe sèche, sur une feuille transparente de gélatine rendue insoluble par une dissolution de sulfate de fer oxidé. Deux commissions ont successivement pris connaissance des

essais présentés par M. Laurent : elles ont reconnu que les résultats sont très-remarquables, et qu'ils promettent à l'histoire naturelle, au dessin des machines et des appareils ou de l'architecture et des ornements, un procédé expéditif pour représenter fidèlement des détails compliqués ou des traits d'un dessin original. Ce procédé demande de nouvelles recherches; il reste à vaincre des difficultés d'exécution, mais il tend à perfectionner l'art dans ses applications usuelles. L'Académie, qui a vu avec satisfaction cette ingénieuse tentative, continuera de s'intéresser au succès de l'auteur.

M. Augustin Coront a soumis à l'examen de l'Académie un nouveau métier propre à tisser toutes sortes d'étoffes par le seul effet d'un mouvement de rotation continu. MM. Dupin, Navier et Molard (rapporteur) ont rendu compte du résultat de cet examen. Avant d'exposer les particularités que l'on remarque dans le nouveau mécanisme de M. Coront, on indique dans le rapport la première origine des inventions de ce genre : elle est due à l'un des membres les plus célèbres de l'ancienne Académie des sciences de Paris, Jacques de Vaucanson. Ce grand mécanicien a résolu le premier, et de la manière la plus complète, l'ingénieuse question qui avait pour objet de produire des étoffes de toute espèce par le seul effet d'un mouvement continu de rotation résultant d'un moteur quelconque. Les écrits périodiques de ce temps (novembre 1745) ont fait connaître avec beaucoup de détail cette invention surprenante. Ils rapportent que cette nouvelle merveille de l'art consiste dans une machine, au moyen *de laquelle un cheval, un bœuf ou un âne font des étoffes bien plus belles et bien plus parfaites que les meilleurs métiers*. On ajoute que l'auteur n'a d'abord travaillé

que pour faire toutes sortes d'étoffes unies comme le taffetas, le gros de Naples, le sergé, le satin; mais que bientôt après il trouva les moyens de rendre les nouveaux ouvriers de sa création également habiles pour la fabrication des étoffes façonnées. Le métier dont il s'agit a été légué par l'auteur au gouvernement de France, et il est déposé dans le Conservatoire des Arts et Métiers.

Le rapport dont nous donnons l'extrait cite la description qui fut alors publiée, et complète cette description. Il rappelle d'autres inventions qui furent aussi examinées et approuvées par l'Académie des Sciences de Paris.

Il résulte de cette exposition, que l'on ne pourrait pas considérer comme une découverte nouvelle l'établissement des métiers propres à tisser les étoffes au moyen d'un moteur quelconque, et qui produit sans le secours de la main,

1° Le jeu des lisses;

2° Le lancement de la navette dans les deux sens;

3° Le coup de chape ou du battant, et son repos pendant le passage de la navette;

4° L'action du frein de la grande ensouple en opposition avec le coup du battant;

5° La marche progressive de l'étoffe à mesure qu'elle est tissée.

Dans cet état de choses, le mérite d'un métier à tisser, du genre de ceux qui ont été soumis à l'examen de la Commission, ne peut consister que dans le choix des divers mécanismes déja employés pour produire les effets que l'on vient d'énoncer.

Les métiers de M. Coront, examinés sous ce point de vue, ont été jugés d'une combinaison simple, facile à exécuter,

d'un entretien peu dispendieux, et très-bien appropriés à leur objet. On a remarqué que le peigne est porté par une espèce de chariot, qui se meut dans un plan horizontal pour opérer la pression de la trame; que le lancé de la navette dans les deux sens est produit par un mécanisme aussi simple qu'ingénieux, et qui a l'avantage de ne point frapper brusquement les taquets qui chapent la navette, mais de les conduire par un mouvement uniformément accéléré, à l'imitation de la main de l'ouvrier qui fait usage de la navette.

M. Coront emploie sur l'un de ses métiers la mécanique à la Jacquart, qui produit une étoffe façonnée par le foulage d'une seule marche, recevant l'impulsion de l'autre moteur en même temps que toutes les parties du métier. Les commissaires ont joint au rapport un échantillon de l'étoffe façonnée, dont la fabrication a eu lieu en leur présence. L'Académie a adopté les conclusions proposées : elles portent que M. Coront a le mérite d'avoir produit un métier à tisser peu dispendieux, d'une facile exécution, et très-susceptible d'être porté à un degré satisfaisant de perfection, à mesure que l'expérience lui en démontrera la nécessité.

IMPRIMERIE DE FIRMIN DIDOT, RUE JACOB, N° 24.

d'après les mêmes principes de la force de torſion, en me ſervant pour le fil de ſuſpenſion, d'un fil de ſoie, tel qu'il ſort du cocon, ou d'un poil de chèvre d'Angora. Un de ces électromètres qui a à peu-près la même forme que la balance électrique, décrite dans ce Mémoire, eſt beaucoup plus petit; il n'a que 5 à 6 pouces de diamètre, une tige d'un pouce; l'aiguille eſt un petit fil de gomme-laque de 12 lignes de longueur, terminé en *a* par un petit cercle très-léger de clinquant. L'aiguille & le clinquant pèſent à peu-près un quart de grain; le fil de ſuſpenſion, tel qu'il ſort du cocon, ayant 4 pouces de longueur, a une flexibilité telle, qu'en agiſſant avec un bras de levier d'un pouce, il ne faut qu'un ſoixante millième de grain pour le tordre d'un cercle entier ou de 360 degrés: en préſentant dans cet électromètre au crochet *C* de la *figure 5*, un bâton ordinaire de cire d'Eſpagne, électriſé par frottement à 3 pieds de diſtance de ce crochet, l'aiguille eſt chaſſée à plus de 90 degrés. Nous décrirons plus en détail dans la ſuite cet électromètre, lorſque nous voudrons déterminer la nature & le degré d'électricité de différens corps, qui en frottant l'un contre l'autre, prennent un degré d'électricité très-foible.

SECOND MÉMOIRE
SUR
L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME,

Où l'on détermine, ſuivant quelles loix le Fluide magnétique, ainſi que le Fluide électrique, agiſſent, ſoit par répulſion, ſoit par attraction.

Par M. COULOMB.

LA balance électrique que j'ai préſentée à l'Académie, au mois de Juin 1785, meſurant avec exactitude, & d'une manière ſimple & directe, la répulſion de deux balles qui ont une électricité de même nature, il a été facile de prouver, en ſe ſervant de cette balance, que l'action répulſive de deux balles électriſées de la même nature d'électricité, & placées à différentes diſtances, étoit très-exactement en raiſon inverſe du carré des diſtances; mais lorſque j'ai voulu me ſervir du même moyen pour déterminer la force attractive des deux balles chargées d'une électricité de différente nature, j'ai rencontré, en me ſervant de cette balance pour meſurer l'attraction des deux balles, un inconvénient dans la pratique, qui n'a pas lieu dans l'opération pour meſurer la répulſion. La difficulté pratique tient à ce que, lorſque les deux balles ſe rapprochent en s'attirant, la force d'attraction qui croît, comme nous allons bientôt le voir, dans le rapport de la raiſon inverſe du carré des diſtances, croît ſouvent dans un plus grand rapport que la force de torſion qui croît ſeulement comme l'angle de torſion; en ſorte que ce n'eſt qu'après avoir manqué beaucoup d'expériences, que l'on vient à bout d'empêcher les balles qui s'attirent, de ſe toucher, à moins d'oppoſer un obſtacle idio-électrique au

mouvement de l'aiguille; mais comme notre balance eſt ſouvent deſtinée à meſurer des actions de moins d'un millième de grains, la cohérence de l'aiguille avec cet obſtacle, trouble les réſultats, & oblige à un tâtonnement, pendant lequel une partie de l'électricité ſe perd.

La *figure 1*, & le calcul qui va ſuivre, vont faire ſentir en quoi conſiſtent les difficultés de l'opération, & montreront en même temps les limites dans leſquelles il faut renfermer les expériences pour en aſſurer le ſuccès.

Que $a c a'$ ſoit la poſition naturelle de l'aiguille, lorſque le fil de ſuſpenſion n'eſt pas encore tordu; a repréſente la balle de ſureau, attachée à l'aiguille $a a'$ de nature idio-électrique; b eſt la balle ſuſpendue dans le trou de la balance. Que l'on électriſe les deux balles, l'une de l'électricité que l'on nomme *poſitive*, l'autre de l'électricité que l'on nomme *négative*, elles s'attireront mutuellement; la balle a de l'aiguille tendant à s'approcher du globe b, prendra la poſition $\Phi c \Phi'$; cette poſition ſera telle, que la force de réaction de torſion repréſentée par $a c \Phi$, angle dont le fil de ſuſpenſion aura été tordu, ſera égale à la force attractive des deux balles; & ſi cette force attractive étoit proportionnelle à la raiſon inverſe du carré des diſtances, comme nous l'avons trouvée pour la force répulſive, dans notre premier Mémoire, l'on auroit, en faiſant $a b = a$, $a \Phi = x$, $D =$ le produit de la maſſe électrique des deux balles, & les arcs a & x aſſez petits pour qu'ils puiſſent meſurer la diſtance des deux balles (autrement il faudroit prendre la corde de cet arc pour la diſtance, & le coſinus de ſa moitié pour le bras de levier); l'on auroit, dis-je, d'après ces ſuppoſitions, pour l'équilibre entre l'attraction des deux balles & la réaction de la torſion, la formule

$$n x = \frac{D}{(a - x)^2},$$

ou $D = n x (a - x)^2$; d'où il réſulte que lorſque $x = a$ ou 0, la valeur de D ſera nulle, qu'ainſi il y a un point Φ entre a & b, où la quantité D eſt un *maximum*;

le calcul donne pour ce point $x = \frac{1}{3} a$. En ſubſtituant cette valeur de x dans la formule qui repréſente D dans le cas d'équilibre, l'on aura $D = \frac{4}{27} n a^3$; & par conſéquent toutes les fois que D ſera plus grand que $\frac{4}{27} n . a^3$, il n'y aura pas entre a & b de poſition Φ, où l'aiguille puiſſe reſter en équilibre, & les balles ſe toucheront néceſſairement: mais il faut obſerver que dans la pratique, quoique D ſoit plus petit que $\frac{4}{27} n a^3$, les balles ſe joignent ſouvent, parce que la flexibilité des ſuſpenſions de l'aiguille permet à l'aiguille d'oſciller, & que, paſſé $\frac{1}{3} a$, la force d'attraction augmente dans un plus grand rapport que la force de torſion; en ſorte que lorſque la balle Φ arrive, par l'amplitude de ſon oſcillation, à une diſtance x, où D eſt plus grand que $n x . (a - x)^2$, les deux balles continuent à s'approcher juſqu'à ce qu'elles ſe touchent.

C'eſt en me conduiſant d'après cette théorie, que je ſuis parvenu à mettre en équilibre, à différentes diſtances, la force attractive des deux balles électriſées, avec la force de torſion de mon micromètre; en comparant enſuite les différentes expériences, j'en ai conclu que la force attractive des deux balles électriſées, l'une de l'électricité que l'on nomme *poſitive*, l'autre de celle que l'on nomme *négative*, étoit en raiſon inverſe du carré des diſtances du centre de ces deux balles, même rapport déjà trouvé pour la force répulſive.

Pour aſſurer ce réſultat, j'ai tenté, pour le cas d'attraction, un autre moyen qui, quoique moins ſimple & moins direct que le premier, demande moins de ſoins & de précautions pour réuſſir; il a d'ailleurs l'avantage apparent de préſenter des expériences faites avec des globes d'un très-grand diamètre, au lieu que l'on ne peut opérer dans la balance, qu'avec des globes peu conſidérables; mais cet avantage n'eſt qu'apparent, & l'on verra par la ſuite, dans les différens Mémoires que je préſenterai ſucceſſivement à l'Académie, qu'avec des balles de deux ou trois lignes de diamètre, & au moyen de la balance, telle

que nous l'avons décrite dans notre premier Mémoire, l'on peut, non-ſeulement meſurer la maſſe totale du fluide électrique contenue dans un corps d'une figure quelconque, mais encore la denſité électrique de chaque partie de ce corps.

Deuxième Méthode expérimentale, pour déterminer la loi ſuivant laquelle un globe d'un ou deux pieds de diamètre, attire un petit corps électriſé d'une électricité de nature différente de la ſienne.

La méthode que nous allons ſuivre, eſt analogue à celle que nous avons employée dans le ſeptième volume des *Savans Étrangers*, pour déterminer la force magnétique d'une lame d'acier, relativement à ſa longueur, ſon épaiſſeur & ſa largeur. Elle conſiſte à ſuſpendre une aiguille horizontalement, dont l'extrémité ſeulement ſoit électriſée, & qui, préſentée à une certaine diſtance d'un globe électriſé, d'une nature différente d'électricité, eſt attirée, & oſcille en vertu de l'action de ce globe : l'on détermine enſuite par le calcul, d'après le nombre des oſcillations dans un temps donné, la force attractive à différentes diſtances, comme l'on détermine la force de la gravité par les oſcillations du pendule ordinaire.

Voici quelques obſervations qui nous ont dirigé dans les expériences qui vont ſuivre. Un fil de ſoie, tel qu'il ſort du cocon, & qui peut porter juſqu'à 80 grains ſans ſe rompre, a une flexibilité de torſion, telle, que ſi à un pareil fil de 3 pouces de longueur, l'on ſuſpend horizontalement dans le vide une petite plaque circulaire, dont le poids & le diamètre ſoient connus, l'on trouvera par le temps des oſcillations de la petite plaque, d'après les formules expliquées dans un Mémoire ſur la force de torſion, imprimé dans le volume de l'*Académie pour 1784*, qu'en agiſſant avec un levier de 7 à 8 lignes, pour tordre la ſoie autour de ſon axe de ſuſpenſion il ne faudra, pour un cercle entier de torſion, employer le plus ſouvent qu'une

force d'un ſoixante millième de grain; & ſi le fil de ſuſpenſion, a une longueur double ou de ſix pouces, il ne faudra qu'un cent-vingt millième de grain. Ainſi, en ſuſpendant horizontalement une aiguille à cette ſoie, lorſque l'aiguille ſera parvenue à l'état de repos, ou que la ſoie ſera entièrement détordue. Si, par le moyen d'une force quelconque, l'on fait faire des oſcillations à cette aiguille, dont l'amplitude ne s'éloigne que de 20 à 30 degrés de la ligne, où la torſion eſt nulle; la force de torſion ne pourra influer que d'une manière inſenſible ſur la durée des oſcillations, quand même la force qui produiroit les oſcillations ne ſeroit que d'un centième de grain. D'après cette première donnée, voici comme l'on s'y eſt pris pour déterminer la loi de l'attraction électrique.

L'on ſuſpend, *fig. 2*, une aiguille *l g* de gomme-laque, à un fil de ſoie *s c* de 7 à 8 pouces de longueur, d'un ſeul brin, tel qu'il ſort du cocon; à l'extrémité *l*, l'on fixe perpendiculairement à ce fil un petit cercle de 8 à 10 lignes de diamètre, mais très-léger & tiré d'une feuille de papier doré; le fil de ſoie eſt attaché en *s*, à l'extrémité inférieure d'une petite baguette *s t*, ſéchée au four, & enduite de gomme-laque ou de cire d'Eſpagne; cette baguette eſt ſaiſie en *t*, par une poupée à pince qui coule le long de la règle *o E*, & s'arrête à volonté au moyen de la vis *v*.

G eſt un globe de cuivre ou de carton, couvert d'étain, porté par quatre pilliers de verre, enduits de cire d'Eſpagne, & ſurmontés chacun, pour rendre l'iſolement plus parfait, de quatre bâtons de cire d'Eſpagne, de trois à quatre pouces de longueur; ces quatre pilliers ſont fixés par leur partie inférieure à un plateau, que l'on place ſur une petite tablette à couliſſe, qui peut, ainſi que l'indique la figure, s'arrêter à la hauteur la plus commode pour l'expérience; la règle *E O*, peut auſſi, au moyen de la vis *E*, s'arrêter à la hauteur convenable.

Tout étant ainſi préparé, l'on place le globe *G*, de

manière que ſon diamètre horizontal *G r*, réponde au centre de la plaque *l*, qui en eſt éloignée de quelques pouces. L'on donne une étincelle électrique au globe, au moyen de la bouteille de Leyde, l'on préſente un corps conducteur à la plaque *l*, & l'action du globe électriſé ſur le fluide électrique de la plaque non électriſée, donne à cette plaque, une électricité de différente nature de celle du globe; en ſorte que, en retirant le corps conducteur, le globe & la plaque agiſſent l'un ſur l'autre par attraction.

EXPÉRIENCE.

Le globe *G* avoit un pied de diamètre, la plaque *l* avoit 7 lignes, l'aiguille de gomme-laque *l g*, 15 lignes de longueur; le fil de ſuſpenſion *s c*, étoit une ſoie telle qu'elle ſort du cocon, de 8 lignes de longueur: lorſque la poupée étoit au point o, la plaque *l* touchoit le globe en *r*, & à meſure que l'on éloignoit la poupée vers *E*, la plaque s'éloignoit du centre du globe de la quantité donnée par les diviſions 0, 3, 6, 9, 12 pouces, & le globe étant électriſé d'une électricité appelée *électricité poſitive*, la plaque de l'électricité négative, par le procédé indiqué: l'on a eu,

1.^r Eſſai. La plaque *l*, placée à... 3 pouces de diſtance de la ſurface du globe, ou à 9 p. de ſon centre, a donné .... 15 oſcillations en... 20″.

2.^me Eſſai. La plaque *l*, éloignée de 18 pouces du centre du globe, l'on a eu............... 15 oſcillations en... 40″.

3.^me Eſſai. La plaque *l*, éloignée à 24 pouces du centre du globe, l'on a eu............... 15 oſcillations en... 60″.

Explication & réſultat de cette expérience.

Quand tous les points d'une ſurface ſphérique, agiſſent par une force attractive ou répulſive en raiſon inverſe du carré des diſtances, ſur un point placé à une diſtance quelconque de cette ſurface, l'on ſait que l'action eſt la même, que ſi toute la ſurface ſphérique étoit concentrée au centre de la ſphère.

Mais comme dans notre expérience, la plaque *l* n'a que 7 lignes de diamètre, & que dans les essais, sa moindre distance au centre de la sphère, a été de 9 pouces, l'on peut, sans erreur sensible, supposer toutes les lignes qui vont du centre de la sphère à un point de la plaque, parallèles & égales; & par conséquent, l'action totale de la plaque, peut être supposée réunie à son centre, ainsi que l'action du globe; en sorte que, dans les petites oscillations de l'aiguille, l'action qui fait osciller l'aiguille, sera une quantité constante pour une distance donnée, & agira suivant la direction qui joint les deux centres. Ainsi, si l'on nomme φ la force, T le temps d'un certain nombre d'oscillations, l'on aura T proportionnel à $\frac{1}{\sqrt{\varphi}}$: mais si d est la distance Gl du centre du globe, au centre de la plaque, & que les forces attractives soient proportionnelles à l'inverse du carré des distances ou à $\frac{1}{d^2}$, il en résultera que T sera proportionnel à d ou à la distance; en sorte qu'en faisant dans nos essais, varier la distance, le temps d'un même nombre d'oscillations a dû être comme la distance du centre de la plaque au centre du globe; comparons cette théorie avec l'expérience.

1.^er *Essai.* Distance des centres...	9 pouces,	15 oscillations en	20″.
2.^me *Essai*....................	18	....	41″.
3.^me *Essai*....................	24	....	60″.
Les distances sont ici comme les nombres.....			3, 6, 8.
Les temps d'un même nombre d'oscillations :: ...			20, 41, 60.
Par la théorie, ils auroient dû être ::			20, 40, 54.

Ainsi dans ces trois essais, la différence entre la théorie & l'expérience, est de $\frac{1}{10}$ pour le dernier essai comparé au premier, & presque nulle pour le second comparé au premier; mais il faut remarquer qu'il a fallu à peu-près quatre minutes pour faire les trois essais; que quoique l'électricité tînt assez long-temps le jour de cette expérience,

expérience, elle perdoit cependant $\frac{1}{40}$ d'action par minute. Nous verrons, dans un Mémoire qui suivra celui que je présente aujourd'hui, que lorsque la densité électrique n'est pas très-forte, l'action électrique de deux corps électrisés diminue dans un temps donné, exactement comme la densité électrique, ou comme l'intensité de l'action; ainsi, puisque nos essais ont duré quatre minutes, & que l'action électrique perdoit $\frac{1}{40}$ par minute, du premier au dernier essai, l'action dûe à l'intensité de la densité électrique, indépendante de la distance, a dû être diminuée à peu-près d'un dixième; par conséquent, pour avoir le temps de la durée corrigée des 15 oscillations dans le dernier essai, il faut faire $\sqrt{(10)} : \sqrt{(9)} :: 60''$: est à la quantité cherchée, que l'on trouvera de 57 secondes, qui ne diffère que de $\frac{1}{20}$ du nombre 60 secondes trouvé par l'experience.

Nous voici donc parvenus, par une méthode absolument différente de la première, à un résultat semblable; ainsi nous pouvons en conclure que l'attraction réciproque du fluide électrique appelé *positif*, sur le fluide électrique nommé ordinairement *négatif*, est en raison inverse du carré des distances; de même que nous avons trouvé, dans notre premier Mémoire, que l'action réciproque d'un fluide électrique de même nature, est en raison inverse du carré des distances.

Première Observation.

L'ON sent qu'il est très-facile, en employant la méthode qui précède, d'avoir, au moyen des oscillations de l'aiguille électrique, les loix de la force répulsive, ainsi que nous venons de déterminer celle de la force attractive. En effet, si l'on fait toucher la plaque au globe électrisé, elle prendra une électricité de la même nature que celle du globe, & sera repoussée; en sorte que l'aiguille oscillera en vertu de cette répulsion, dans une position absolument opposée à la première, & le nombre des oscillations, dans un temps donné, comparé avec la distance du centre de la plaque,

au centre du globe, feront connoître la force répulsive, par le même calcul que nous venons de suivre pour avoir la force attractive : cependant nous devons dire que toutes les expériences où l'on veut faire agir le fluide électrique par sa force répulsive, s'exécutent, comme nous le verrons dans la suite, d'une manière plus simple, plus exacte & plus commode, au moyen de la balance que nous avons décrite dans notre premier Mémoire.

Seconde Observation.

Si l'on vouloit se servir de la même méthode pour déterminer la quantité d'électricité qui se partage entre un globe électrisé & un corps conducteur d'une figure quelconque, mis en contact avec ce globe, voici comme l'on pourroit s'y prendre : après avoir électrisé le globe, & déterminé, dans ce premier état, au moyen des oscillations, son action électrique sur la plaque de l'aiguille, pour une distance donnée, l'on feroit tout de suite toucher le globe par le corps conducteur qui doit prendre une portion de l'électricité du globe ; & en séparant ce corps du globe, l'on détermineroit de nouveau, par les oscillations de l'aiguille, la quantité d'électricité qui reste au globe ; & la différence de cette quantité avec celle que le globe avoit avant le contact, mesurera celle qu'a pris le corps mis en contact. Il est inutile d'avertir que de pareilles expériences ne peuvent bien réussir que dans les jours très-secs, où les corps isolés perdent lentement leur électricité ; qu'il faut avoir égard à cette diminution d'électricité dans la réduction des expériences qui se succèdent ; qu'il faut éviter qu'il ne se forme aucun courant d'air dans la chambre où l'on opère, & éloigner tout corps conducteur au moins à trois pieds du globe électrisé, & même de l'aiguille : mais nous répétons que lorsque nous déterminerons dans la suite, par l'expérience & par la théorie, la manière dont le fluide électrique se distribue dans les différentes parties des corps, l'on verra que toutes ces expériences réussissent beaucoup

mieux avec la balance électrique, que par la méthode des oscillations que nous venons d'expliquer.

Expériences pour déterminer la loi suivant laquelle le fluide magnétique agit, soit par attraction, soit par répulsion.

Les corps aimantés agissant l'un sur l'autre par attraction & par répulsion à des distances finies, ainsi que les corps électrisés, le fluide magnétique, paroît avoir, si ce n'est par sa nature, au moins par cette propriété, de l'analogie avec le fluide électrique; & d'après cette analogie, l'on peut présumer que ces deux fluides agissent suivant les mêmes loix: dans tous les autres phénomènes d'attraction ou de répulsion que nous présente la Nature, soit dans la cohérence des corps, soit dans leur élasticité, soit dans les affinités chimiques, les forces d'attraction & de répulsion ne paroissent s'exercer qu'à de très-petites distances; d'où il sembleroit résulter, qu'elles ne suivent pas les mêmes loix que l'électricité & le magnétisme. En effet, la théorie & le calcul de l'attraction & répulsion des élémens des corps, nous apprennent que toutes les fois que les molécules élémentaires des corps s'attirent ou se repoussent par des forces qui diminuent dans le rapport, ou dans un rapport moindre que le cube des distances, par exemple, comme les distances, les corps peuvent agir l'un sur l'autre à des distances finies; mais que dans le cas où l'action des molécules diminue dans le rapport, ou dans un plus grand rapport que le cube des distances, pour lors les corps ne peuvent agir l'un sur l'autre, qu'à des distances infiniment petites *(a)*.

(a) De l'action attractive & répulsive des Corps, suivant la loi des distances.

La figure *aa* représente un cône ou une petite pyramide très-aiguë, dont toutes les parties attirent le point *C*, suivant la raison inverse $(n + 2)$ des distances.

Nous aurons peut-être lieu de revenir ſur cet objet, dans la ſuite de nos Mémoires ſur l'électricité.

Nous avons employé dans cette nouvelle recherche, deux méthodes, pour déterminer par l'expérience, ſuivant quelle loi le fluide magnétique agit. La première de ces méthodes, conſiſte à ſuſpendre une aiguille aimantée, à

Soit $x = cp$, l'action de la zone circulaire pm ſur le point C, ſera $\frac{m \partial x \, x^2}{x^{2+n}}$, dont l'intégrale ſera $\frac{m}{1-n} \; (k + x^{1-n})$; pour avoir k, il faut ſuppoſer la pyramide tronquée, ou que l'action s'évanouit en D lorſque $x = CD = A$, ce qui donne pour l'intégration complète $\frac{m}{1-n} \; (-A^{1-n} + x^{1-n})$, où il faut remarquer que lorſque A eſt égal à 0, ſi n eſt plus grand que 1, A^{1-n} ſera égal à $\frac{1}{0}$, ou infini; ſi n eſt plus petit que l'unité, pour lors $A^{(1-n)}$ ſera égal à 0; ou, ſi l'on veut, toute la force attractive ſera $= \frac{m \, x^{1-n}}{(1-n)}$.

C'eſt-à-dire que, dans le cas où n eſt plus grand que l'unité, ou lorſque la répulſion ou l'attraction diminue dans un rapport égal ou plus grand que le cube des diſtances, la valeur de la conſtante eſt infinie relativement à la valeur de la variable qui exprime la plus ou moins grande étendue du cône; & qu'ainſi l'attraction ou répulſion n'a lieu que dans le point de contact, & que celle des parties éloignées eſt infiniment petite relativement à celle du contact; mais dans le cas où n eſt plus petite que l'unité, c'eſt à-dire, toutes les fois que l'action décroît dans un rapport moindre que le cube des diſtances, pour lors l'action des parties éloignées influe ſur l'attraction totale, qui eſt nulle pour une pyramide infiniment petite & proportionnelle à x^{1-n}, pour la pyramide dont la longueur eſt x.

Il paroît réſulter de ce calcul, que la cohéſion, l'élaſticité & toutes les affinités chimiques où les élémens des corps ne paroiſſent avoir d'action que très-près du point de contact, & où l'attraction élective paroît dépendre de la figure de ces élémens, ne peuvent agir entr'elles que dans un rapport très-approché de la raiſon inverſe du cube des diſtances. Peut-être au ſurplus toutes les affinités chimiques dépendent-elles de deux actions, l'une répulſive, l'autre attractive, analogues à celles que nous trouvons dans l'électricité & le magnétiſme.

lui présenter dans son méridien magnétique une autre aiguille aimantée, placée convenablement, & à déterminer par le calcul & l'observation, à différentes distances, avec quelle force le fluide magnétique d'une des aiguilles, agit sur le fluide magnétique de l'autre. Dans la deuxième méthode, l'on se sert d'une balance magnétique, à peu-près semblable à notre balance électrique, décrite dans le premier Mémoire; mais avant de rapporter le détail de nos expériences, il faut rappeler quelques propriétés connues des aiguilles aimantées, qui nous seront utiles.

Une aiguille, depuis 0 jusqu'à 24 pouces de longueur, de bon acier, fortement trempée, aimantée par la méthode de la double touche, telle que M. Œpinus l'a décrite & pratiquée d'après son excellente théorie du magnétisme & de l'électricité, prend un pôle à chaque extrémité; son centre aimantaire se place à peu-près vers son milieu.

Dans deux aiguilles aimantées, les pôles du même nom se repoussent, & les pôles d'un nom différent s'attirent. Cette attraction ou répulsion augmente à mesure que la distance où l'on présente les extrémités des aiguilles l'une à l'autre, diminue.

Si l'on suspend horizontalement une aiguille aimantée, en sorte qu'elle puisse tourner librement autour de son centre, elle se placera toujours dans la même direction, que l'on appelle son *méridien magnétique;* ce méridien formera un angle avec le méridien du monde, cet angle variera un peu dans le courant de la journée, suivant l'heure du jour, par une espèce de mouvement périodique: il variera tous les ans, par un autre mouvement probablement également périodique, mais dont la durée, pour chaque point de la Terre, nous est encore inconnue.

Si une aiguille, ainsi suspendue horizontalement, est mise en oscillation, elle s'éloignera également des deux côtés de son méridien magnétique; & elle y sera toujours ramenée, par une force facile à déterminer, si l'on observe la durée des oscillations, & que l'on connoisse la figure &

le poids de l'aiguille. *Voyez le ſeptième volume des Savans étrangers, Mémoires de l'Académie.*

Préparation aux Expériences.

J'AI pris un fil d'excellent acier, tiré à la filière, il avoit 25 pouces de longueur, & 1 ½ ligne de diamètre; je l'ai aimanté par la méthode de la double touche, ſon centre magnétique s'eſt trouvé à peu-près vers ſon milieu. J'ai enſuite ſuſpendu, au moyen d'un fil de ſoie, tel qu'il ſort du cocon, de trois lignes de longueur, une aiguille aimantée de 3 pouces de longueur; & lorſque cette aiguille s'eſt arrêtée, j'ai tracé ſon méridien magnétique, que j'ai prolongé juſqu'à deux pieds de diſtance du centre de ſuſpenſion. J'ai enſuite élevé *(fig. 3)*, des perpendiculaires ſur ce méridien magnétique; j'ai placé mon fil d'acier le long de ces perpendiculaires, & je l'ai fait gliſſer juſqu'à ce que l'aiguille *n a* reprît la direction de ſon méridien magnétique, comme elle y étoit placée naturellement avant que le fil d'acier lui fut préſenté; & j'ai obſervé enſuite, ſuivant que mon fil aimanté étoit plus ou moins éloigné de l'aiguille ſuſpendue, de combien l'extrémité de ce fil dépaſſoit, ou étoit en-deçà du méridien magnétique, lorſque l'aiguille s'arrêtoit ſur ſon méridien.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

	Le fil placé à la diſtance de l'extrémité de l'aiguille.	L'extrémité dépaſſe le Méridien magnétique de		
1.er *Eſſai.*	1 pouce	....	+	10 lig.
2.me *Eſſai*............	2	....	+	9
3.me *Eſſai*............	4	....	+	8
4.me *Eſſai*............	8	....	—	4
5.me *Eſſai*............	16	....	—	42

SECONDE EXPÉRIENCE.

L'ON a ſuſpendu horizontalement une aiguille aimantée de deux pouces de longueur par ſon centre: libre & ſollicitée ſeulement par la force magnétique du globe de la

Terre, elle faisoit 34 oscillations en 60 secondes. L'on s'est encore servi du même fil aimanté de l'expérience qui précède, qui avoit 25 pouces de longueur; mais, au lieu de le placer horizontalement & perpendiculairement au méridien magnétique, comme tout-à-l'heure, on l'a placé verticalement dans ce méridien à 2 pouces de distance de l'extrémité de l'aiguille suspendue. Le pôle sud du fil vertical, répondant au pôle nord de l'aiguille, & ensuite en la faisant baisser verticalement, toujours à la distance de 2 pouces de l'extrémité de l'aiguille, l'on a compté le nombre d'oscillations que faisoit l'aiguille dans 60 secondes, suivant que l'extrémité du fil d'acier étoit plus ou moins baissée au-dessous du niveau de l'aiguille: voici le résultat de cette expérience.

1.er *Essai.* L'extrémité du fil au niveau de l'aiguille		120 oscillations en	60″.
2.me *Essai.* L'extrémité baissée de	6 lig.	122	60″.
3.me *Essai*	1 pouce	122	60″.
4.me *Essai*	2	115	60″.
5.me *Essai*	3	112	60″.
6.me *Essai*	4	98	60″.
7.me *Essai*	8	39	60″.

TROISIÈME EXPÉRIENCE.

L'on a suspendu une aiguille de 4 lignes de longueur à la place de la première; le fil d'acier a été placé à 3 pouces de l'extrémité de cette aiguille, verticalement, comme dans l'expérience qui précède, dont on a suivi tous les procédés. L'aiguille libre n'étant sollicitée que par la force magnétique de la Terre, fait 53 oscillations en 60″.

1.er *Essai.* L'extrémité du fil d'acier au niveau de l'aiguille	fait	152 oscillations en	60″.
2.me *Essai.* En dessous de	1 pouce	152	60″.
3.me *Essai*	2	148	60″.
4.me *Essai*	4	120	60″.
5.me *Essai*	8	58	60″.

Explication & résultat de ces trois Expériences.

Les trois expériences qui précèdent, prouvent que le centre d'action de chaque moitié de notre fil est placé à très-peu de distance de l'extrémité de ce fil; en sorte que dans notre fil d'acier de 25 pouces de longueur, l'on peut, sans erreur sensible, supposer tout le fluide magnétique condensé vers l'extrémité de ce fil, sur 2 ou 3 pouces de longueur. En effet, dans la première expérience, le fil d'acier est placé horizontalement & perpendiculairement à la direction du méridien magnétique où se trouve l'aiguille suspendue; cette aiguille est sollicitée par deux forces, la force magnétique du globe de la Terre, qui la retient dans le méridien, & la force magnétique des différens points du fil d'acier aimanté; mais puisque dans notre première expérience, l'aiguille se trouve, à tous les essais, placée sur son méridien magnétique, il en résulte que toutes les forces magnétiques du fil d'acier de 25 pouces de longueur, agissant sur l'aiguille, sont en équilibre entre elles: ainsi, dans les trois premiers essais, où les distances sont 1, 2 & 4 pouces, les forces magnétiques des huit à dix dernières lignes de l'extrémité de l'aiguille, qui dépassent le méridien, sont en équilibre avec les forces de tout le reste de l'aiguille; en sorte qu'il paroît que l'on peut à peu-près supposer que la moitié du fluide magnétique, dont la moitié de l'aiguille est chargée, est concentrée vers les dix dernières lignes de son extrémité.

Les seconde & troisième expériences donnent le même résultat. Dans ces deux expériences, le fil d'acier est placé verticalement dans le méridien magnétique de l'aiguille, par conséquent, l'action de la partie supérieure du fil étant très-oblique à l'aiguille suspendue, & agissant d'ailleurs à une grande distance, ne doit que peu influer sur les oscillations de l'aiguille; mais l'on voit dans ces deux expériences, que le plus grand nombre des oscillations de l'aiguille suspendue avoit lieu lorsque l'extrémité du fil étoit

étoit baissée d'un peu moins d'un pouce au-dessous du niveau de l'aiguille suspendue : ainsi la force moyenne de la moitié inférieure du fil d'acier, avoit la résultante à 8 ou 10 lignes au-dessus de son extrémité, comme nous venons de le trouver par la première expérience, d'où il résulte que dans le fil d'acier de 25 pouces de longueur que nous avons employé, & qui avoit été aimanté par la méthode de la double touche, l'on peut, sans erreur sensible, supposer que le fluide magnétique est concentré à 10 lignes de son extrémité. Ce premier résultat étoit nécessaire avant de chercher à déterminer la loi suivant laquelle l'attraction & la répulsion ont lieu relativement à la distance : l'on verra dans un autre Mémoire, que la concentration du fluide magnétique vers l'extrémité des aiguilles aimantées par la méthode de la double touche, est une suite nécessaire de cette manière d'aimanter.

Le Fluide magnétique agit par attraction ou répulsion, suivant la raison composée directe de la densité du fluide, & la raison inverse du carré des distances de ses molécules.

La première partie de cette proposition n'a pas besoin d'être prouvée; venons à la seconde.

Nous venons de voir que le fluide magnétique de notre fil d'acier de 25 pouces de long, étoit concentré aux extrémités, sur une longueur de 2 ou 3 pouces; que le centre d'action de chaque moitié de cette aiguille étoit à peu-près à 10 lignes de ses extrémités : ainsi, en éloignant de quelques pouces notre fil d'acier d'une aiguille très-courte, & dans laquelle, comme nous le verrons dans la suite, le fluide magnétique peut être supposé concentré à 1 ou 2 lignes des extrémités, l'on peut calculer l'action réciproque du fil sur l'aiguille & de l'aiguille sur le fil, en supposant le fluide magnétique dans le fil d'acier, réuni

à 10 lignes des extrémités, & dans une aiguille d'un pouce de longueur à 1 ou 2 lignes des extrémités. Ces réflexions nous ont dirigé dans l'expérience qui va ſuivre.

QUATRIÈME EXPÉRIENCE.

L'ON a ſuſpendu un fil d'acier peſant 70 grains, d'un pouce de longueur, aimanté par la méthode de la double touche, à un fil de ſoie de 3 lignes de longueur, formé d'un ſeul brin, tel qu'il ſort du cocon; on l'a laiſſé s'arrêter ſur le méridien magnétique; l'on a placé enſuite verticalement dans ce méridien, à différentes diſtances, le fil d'acier de 25 pouces de longueur, de manière que ſon extrémité fût toujours de 10 lignes au-deſſous du niveau de l'aiguille ſuſpendue: à chaque eſſai, l'on changeoit la diſtance, & en faiſant oſciller l'aiguille ſuſpendue, on comptoit le nombre d'oſcillations qu'elle faiſoit dans un même nombre de ſecondes. Il a réſulté de ces expériences :

1.er Eſſai. L'aiguille libre, oſcille en vertu de l'action du globe de la Terre, à raiſon de.. 15 oſcillations en...... 60".

2.me Eſſai. Le fil placé à 4 pouces du milieu de l'aiguille.......... 41................ 60".

3.me Eſſai. Le fil placé à 8 pouces du milieu de l'aiguille......... 24................ 60".

4.me Eſſai. Le fil placé à 16 pouces du milieu de l'aiguille......... 17................ 60".

Explication & réſultat de cette Expérience.

LORSQU'UN pendule eſt ſuſpendu librement, & ſollicité par des forces placées dans une direction donnée, qui le ſont oſciller, les forces ſont meſurées par la raiſon inverſe du carré du temps d'un même nombre d'oſcillations, ou, ce qui revient au même, par la raiſon directe du carré du nombre d'oſcillations faites dans un même temps.

Mais, dans l'expérience qui précède, l'aiguille oſcille

en vertu de deux puissances différentes; l'une est la force magnétique de la Terre, l'autre est l'action de tous les points du fil sur les points de l'aiguille. Dans notre expérience, toutes les forces sont dans le plan du méridien magnétique, & l'aiguille étant suspendue horizontalement, la véritable force qui la fait osciller, dépend de la partie de toutes ces forces, décomposée suivant une direction horizontale.

Mais nous avons vu, dans les trois expériences qui précèdent, que le fluide magnétique étant concentré aux extrémités de notre fil, peut être supposé réuni à 10 lignes de l'extrémité de ce fil; & comme l'aiguille suspendue a un pouce de longueur, que l'extrémité boréale est attirée à une distance de 3 pouces & demi, & que l'extrémité australe est repoussée par le pôle inférieur de l'aiguille, dont la distance est de $4\frac{1}{2}$ pouces; l'on peut supposer, sans erreur sensible, que la distance moyenne à laquelle le pôle inférieur du fil d'acier exerce son action sur les deux pôles de l'aiguille, est de 4 pouces. Conséquemment, si l'action du fluide magnétique étoit comme la raison inverse du carré des distances, l'action du pôle inférieur du fil d'acier sur l'aiguille, seroit proportionnelle à $\frac{1}{4^2}$, $\frac{1}{8^2}$, $\frac{1}{16^2}$; ou à 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{16}$.

Mais, puisque les forces horizontales qui font osciller l'aiguille, sont proportionnelles au carré du nombre d'oscillations faites dans un même temps, & qu'en vertu de la seule force magnétique du globe de la Terre, l'aiguille libre fait 15 oscillations en 60″, cette dernière force sera mesurée par le carré de ces 15 oscillations ou par 15^2. Dans le deuxième essai, les forces réunies du globe de la Terre & du fil d'acier, font faire à l'aiguille 41 oscillations en 60″; ainsi ces deux forces réunies sont mesurées par 41^2, & la force seule dûe à l'action du fil d'acier aimanté, est par conséquent mesurée par la différence de ces deux carrés; ainsi elle est proportionnelle

à $\overline{41}^2 - \overline{15}^2$. Nous aurons, donc pour l'action du fil sur l'aiguille:

	Distance.	*Force dépendante de l'action aimantaire du fil d'acier.*
Pour le 2.me Essai...à	4 pouces................	$= \overline{41}^2 - \overline{15}^2 = 1456.$
3.me Essai....	8 pouces................	$\overline{24}^2 - \overline{15}^2 = 351.$
4.me Essai....	16 pouces................	$\overline{17}^2 - \overline{15}^2 = 64.$

Les deuxième & troisième essais, où les distances sont comme 1 : 2, donnent très-approchant, pour les forces, la raison inverse du carré des distances. Le quatrième essai donne un nombre un peu trop petit; mais il faut remarquer que, dans ce quatrième essai, la distance du pôle inférieur du fil d'acier au centre de l'aiguille, est de 16 pouces; & que la distance du pôle supérieur au centre de cette même aiguille, est à peu-près $\sqrt{(16^2 + 23^2)}$: ainsi l'action du pôle inférieur étant représentée par $\frac{1}{(16)^2}$, l'action horizontale du pôle supérieur, sera $\frac{16}{(16^2 + 23^2)^{\frac{3}{2}}}$; en sorte que l'action du pôle inférieur est à celle du pôle supérieur, à peu-près :: 100 : 19; d'où il résulte que les oscillations de l'aiguille étant produites par l'action de ces deux pôles, & celle du pôle supérieur agissant dans un sens opposé à celle du pôle inférieur, le carré des oscillations que produiroit l'action seule du pôle inférieur du fil aimanté, est diminué de $\frac{19}{100}$, par l'action opposée de la partie supérieure du même fil; ainsi, pour avoir l'action seule de la partie inférieure du fil, il faut, en supposant x, la véritable valeur de cette force, faire $(x - \frac{19}{100}x) = 64$, d'où $x = 79$. Substituons dans le

résultat du quatrième essai, cette quantité, nous trouverons:

2.^{me} *Essai.*	Pour 4 pouces de distance, la force	....	1456.
3.^{me} *Essai.*	Pour 8 pouces de distance,	....	331.
4.^{me} *Essai.*	Pour 16 pouces de distance,	....	79.

Et ces forces sont très-approchant comme les nombres 16, 4, 1, ou comme la raison inverse du carré des distances.

J'ai répété plusieurs fois cette expérience, en suspendant des aiguilles de deux & trois pouces de longueur, & j'ai toujours trouvé qu'en faisant les corrections nécessaires que je viens d'expliquer, l'action, soit répulsive, soit attractive du fluide magnétique, étoit comme l'inverse du carré des distances.

Première Remarque.

L'ON a pu s'apercevoir, dans le courant de cette expérience, que nous supposons que notre fil étant aimanté par la méthode de la double touche; si l'on présente alternativement à une même distance, son pôle boréal & son pôle austral, à l'extrémité d'une aiguille aimantée par la méthode de la double touche, le pôle boréal du fil aimanté attirera le pôle austral de l'aiguille, exactement avec la même force que le pôle austral de ce fil repoussera le pôle austral de l'aiguille, & *vice versâ* pour le pôle boréal de l'aiguille. Cette propriété qui, comme nous le verrons dans la suite, est une conséquence nécessaire de la théorie du magnétisme, sera d'ailleurs prouvée par l'expérience, en se servant de la balance magnétique, dont nous allons tout-à-l'heure donner la description & les usages.

Deuxième Remarque.

LA loi de la raison inverse du carré des distances, étant une fois donnée, il seroit facile de déterminer par le calcul, si, dans la première expérience, où le fil aimanté est placé horizontalement, & perpendiculairement

au méridien magnétique, & où l'on trouve, dans le dernier essai, qu'il faut éloigner à peu-près de 42 lignes, l'extrémité du fil du méridien de l'aiguille, le calcul donneroit, pour la direction de la résultante de toutes les actions de chaque moitié de ce fil, une ligne qui passeroit à neuf ou dix lignes de l'extrémité de ce fil. Nous allons présenter le calcul qui déterminera cette direction, d'après le dernier essai de la première expérience, où l'aiguille a trois pouces de longueur, & où le fil d'acier aimanté ayant 25 pouces de longueur, est placé horizontalement & perpendiculairement au méridien magnétique, à 16 pouces de distance de l'extrémité de l'aiguille.

Soit dans la *figure 3*, x, le point où passe cette résultante, pour le pôle qui est placé le plus près de la ligne méridienne de l'aiguille; x', le point où l'on suppose à l'autre extrémité de ce fil, tout le fluide magnétique concentré: quant au fluide magnétique de l'aiguille suspendue, quoique son centre d'action soit à deux ou trois lignes de ses extrémités, l'on peut le supposer à ses extrémités, parce que chaque pôle du fil agit sur les deux pôles de cette aiguille; & que si, par cette supposition, l'on fait le pôle n de l'aiguille, trop près de deux ou trois lignes du pôle s du fil d'acier, l'on fait en même temps, le pôle a de l'aiguille, trop éloigné du pôle s de la même quantité; ainsi l'erreur de la supposition se trouve à peu-près compensée.

Mais nous trouvons par l'expérience, que la distance de l'extrémité du fil à la ligne méridienne de l'aiguille, est dans le dernier essai de $3\frac{1}{2}$ pouces. Ainsi en faisant $x = sx = Nx$, distance de l'extrémité du fil au centre d'action, nous aurons les formules suivantes, pour la force que les centres d'actions du fil exercent sur chaque extrémité de l'aiguille, dans une direction perpendiculaire à l'aiguille.

Action du Pôle S sur le Pôle n.... $\dfrac{3\frac{1}{2} + x}{[(16)^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{3}{2}}}$.

Action du Pôle S ſur le Pôle a. . . . . $\frac{3\frac{1}{2} + x}{[(19)^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{3}{2}}}$.

Action du Pôle N ſur le Pôle n. . . . $\frac{(28\frac{1}{2} - x)}{[(16)^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{3}{2}}}$.

Action du Pôle N ſur le Pôle a. . . . $\frac{28\frac{1}{2} - x}{[(19)^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{3}{2}}}$.

Mais, comme dans cette expérience, l'aiguille d'acier eſt placée ſur ſon méridien magnétique, & que chacune des forces qui précèdent, agit perpendiculairement à cette aiguille avec le même bras de levier, pour la faire tourner autour de ſon point de ſuſpenſion, il en réſulte que toutes ces forces ſont en équilibre entr'elles; d'où l'on tire l'équation :

$$\frac{3\frac{1}{2} + x}{[(16)^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{3}{2}}} + \frac{3\frac{1}{2} + x}{[\overline{19}^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{28\frac{1}{2} - x}{[16^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{3}{2}}} + \frac{28\frac{1}{2} - x}{[\overline{19}^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{3}{2}}}.$$

Mais, comme nous avons déjà vu que x doit être moindre qu'un pouce, nous pouvons, pour première approximation, le négliger dans le dénominateur de notre équation, dont les nombres ſont très-conſidérables, relativement à x, ou faire x égal à $\frac{1}{2}$ pouce, qui approche davantage de ſa véritable valeur.

Ainſi, il réſultera du calcul de la formule, pour la valeur $s\,x = x = \frac{56}{75}$ pouces, à peu-près 9 lignes, comme dans les deux premiers eſſais.

Par un calcul ſemblable, l'on trouvera que, lorſque l'extrémité du fil d'acier étoit éloignée de 8 pouces de l'extrémité de l'aiguille ſuſpendue, la diſtance du point x au méridien, étoit à peu-près de $12\frac{1}{2}$ lignes; mais comme l'expérience donne pour lors 4 lignes de diſtance du méridien à l'extrémité de l'aiguille, il en réſulte que, dans

cet essai, il faut retrancher 4 lignes pour avoir la distance du centre d'action à l'extrémité de l'aiguille. Ainsi le calcul donne encore ici 8 $\frac{1}{2}$ lignes pour la distance du centre d'action aux extrémités de l'aiguille.

Dans le troisième essai, où la distance de l'extrémité de l'aiguille au fil d'acier est de 4 pouces, le calcul donnera à peu-près 2 lignes pour la distance, depuis le centre d'action jusqu'à la méridienne : mais nous trouvons par l'expérience que, dans cet essai, l'extrémité du fil dépassoit le méridien, de 8 lignes; ainsi, dans cet essai, le calcul donne le centre d'action des extrémités du fil d'acier, à 10 lignes de ses extrémités.

Ainsi, il résulte de l'expérience & du calcul, que toutes les fois que des fils d'acier, de 25 pouces de longueur, agissent l'un sur l'autre, l'on peut supposer les centres d'actions, ou ce qui revient au même, tout le fluide magnétique réuni à 9 ou 10 lignes des extrémités de ces fils, & calculer, d'après cette supposition: dans les aiguilles très-courtes, le centre d'action est plus proche des extrémités; nous aurons lieu dans la suite de déterminer la loi de cette diminution, relative à la longueur des aiguilles, lorsque nous donnerons la manière la plus avantageuse d'aimanter les aiguilles, & de former des aimants artificiels.

Nous déterminerons en même temps la courbe qui, dans un fil d'acier aimanté, représente la densité du fluide magnétique depuis son extrémité jusqu'à son milieu où est placé son centre aimantaire; mais il est aisé de prévoir d'avance, d'après les expériences qui précèdent, que le lieu géométrique de cette densité, ne peut pas être une ligne droite, comme l'ont cru quelques auteurs.

Deuxième méthode de déterminer la loi d'attraction & de répulsion du fluide magnétique.

APRÈS avoir trouvé par les expériences qui précèdent, que dans une aiguille de 25 pouces de longueur, & à plus

plus forte raiſon, dans des aiguilles plus courtes, le fluide magnétique peut être ſuppoſé concentré dans les deux ou trois derniers pouces, vers leurs extrémités, & que, dans les aiguilles de 20 à 25 pouces, le centre d'action peut être ſuppoſé à 9 ou 10 lignes de chaque extrémité ; il a été facile de conſtruire une balance magnétique, d'après les mêmes principes qui m'ont ſervi pour conſtruire la balance électrique, que j'ai décrite dans mon premier Mémoire. Mais je dois obſerver, que la forme & les détails des meſures de la balance magnétique que je vais donner, peuvent & doivent être changés à meſure que la pratique le preſcrira. Je n'ai cherché, dans ce premier eſſai, qu'à donner à cette balance une forme ſimple, peu coûteuſe, & qui fut cependant à peu-près ſuffiſante pour les expériences que j'avois deſſein de faire.

Deſcription de la balance magnétique.

J'ai fait faire, *figure 4*, une boîte carrée, de 3 pieds de côté, & 18 pouces de hauteur; les planches ne ſont fixées entr'elles, qu'avec des tenons, des mortoiſes & des chevilles de bois. À neuf pouces au-deſſus du fond, eſt placé un cercle horizontal, de bois bien ſec, ou de cuivre rouge, de 2 pieds 10 pouces de diamètre, diviſé à l'ordinaire en 360 degrés. Sur cette boîte, eſt placée une traverſe *AB* qui porte à ſon milieu une tige creuſe *id*, de 30 pouces de longueur, terminée en *d*, par un micromètre de torſion, ſemblable à celui que nous avons décrit pour la balance électrique. La pince de ce micromètre ſaiſit l'extrémité d'un fil de cuivre jaune, numéroté *12* dans le commerce, dont les ſix pieds pèſent 5 grains, & dont nous avons déterminé la force, dans le Mémoire ſur les forces de torſion des fils de métal, imprimé dans le *volume de l'Académie pour 1784*. La partie inférieure de ce fil eſt priſe par une double pince, ayant la figure d'un porte-crayon, repréſenté *figure 5*; cette double

pince eſt fendue, comme l'indique la figure, dans preſque toute ſa longueur, pour former pince à ſes deux extrémités, qui s'ouvrent & ſe ferment au moyen de deux coulans. L'extrémité inférieure ſaiſit un anneau de plomb ou de cuivre; cet anneau eſt deſtiné à porter l'aiguille d'acier aimantée, que l'on veut mettre en expérience.

Avant de commencer les expériences avec cette balance, il faut que, lorſque la torſion eſt nulle, l'aiguille aimantée ſe place naturellement ſur ſon méridien magnétique; c'eſt ce qu'il eſt facile d'obtenir, en plaçant d'abord dans l'anneau ſuſpendu au porte-crayon, un fil de cuivre rouge, des mêmes dimenſions que le fil d'acier aimanté, que l'on compte ſoumettre à l'expérience; laiſſant enſuite l'index du micromètre fixement ſur la première diviſion de ce micromètre, l'on fait tourner tout le micromètre, (dont le tuyau, comme on l'a vu pour la balance électrique, peut gliſſer & tourner dans celui qui forme la tige *id*, *fig. 4)*, juſqu'à ce que l'aiguille de cuivre s'arrête naturellement ſur la direction du méridien magnétique, que l'on a tracée d'avance.

La boîte doit être placée ſur ce méridien magnétique, de manière que la direction de ce méridien réponde aux diviſions 0, 180 du cercle horizontal, que nous avons dit être élevé dans la boîte, à 9 pouces au-deſſus de ſon fond.

Après cette préparation, l'on ſubſtitue l'aiguille d'acier aimantée à l'aiguille de cuivre, & l'on eſt en état de commencer les opérations.

Nous ne donnerons ici que les expériences & les réſultats qui nous ſont abſolument néceſſaires pour déterminer la loi ſuivant laquelle le fluide magnétique agit, lorſque les molécules aimantaires ſont placées à différentes diſtances l'une de l'autre.

PREMIER RÉSULTAT. La force réſultante de toutes les forces aimantaires que le globe de la Terre exerce ſur chaque point d'une aiguille aimantée, eſt une quantité conſtante, dont la direction, parallèle au méridien magnétique, paſſe toujours par le même point de l'aiguille, dans quelque ſituation que cette aiguille ſoit placée par rapport à ce méridien.

J'avois déjà tâché de prouver ce principe dans un Mémoire ſur les aiguilles aimantées, imprimé dans le *ſeptième volume des Savans étrangers;* mais les expériences que j'ai rapportées pour lors, pourroient être ſujettes à quelques conteſtations; celle qui va ſuivre eſt directe, & me paroît déciſive.

EXPÉRIENCE.

J'ai ſuſpendu horizontalement dans la balance, un fil d'acier aimanté, ayant 22 pouces de longueur, & 1 $\frac{1}{4}$ ligne de diamètre. D'après la diſpoſition de notre balance, cette aiguille s'eſt placée dans ſa direction magnétique, ſon extrémité nord répondant au point o du grand cercle de 2 pieds 10 pouces de diamètre; la torſion du fil étant nulle, & l'index du micromètre étant ſur le point o, ou ſur la première diviſion de ce micromètre.

Au moyen du bouton qui porte l'index du micromètre, l'on a tordu le fil de cuivre de ſuſpenſion de différens angles, ce qui a forcé l'aiguille de s'éloigner de ſon méridien magnétique: à chaque opération, l'on a obſervé l'angle dont elle étoit éloignée de ce méridien, & la force de torſion qu'il falloit employer pour produire cet angle, & l'on a eu les réſultats ſuivans.

	Le fil de ſuſpenſion tordu de......		L'aiguille s'eſt arrêtée à...
1.er Eſſai.	1 cercle = 360,		10 $\frac{1}{2}$ de ſon Méridien.
2.me Eſſai.............	2....................		21 $\frac{1}{4}$.
3.me Eſſai.............	3....................		33.
4.me Eſſai.............	4....................		46.
5.me Eſſai.............	5....................		63 $\frac{1}{2}$.
6.me Eſſai.............	5 $\frac{1}{2}$....................		85.

Résultat & explication de cette expérience.

Notre aiguille aimantée est ici suspendue par un fil de cuivre, numéroté *12* dans le commerce; nous avons vu, dans un Mémoire imprimé dans le *volume de 1784,* que, pour un même fil de suspension, la force de torsion est proportionnelle à l'angle de torsion; ainsi, dans le premier essai, la force de torsion est 1 cercle — $10\frac{1}{2}$ degrés; dans le deuxième essai, elle est 2 cercles — $21\frac{1}{4}$ degrés. Si nous comparons, d'après cette expérience, la force de torsion, avec l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien, à chaque essai, nous trouverons très-exactement, que le sinus de l'angle formé par le méridien magnétique, & la direction de l'aiguille dans les essais successifs, sont proportionnels à l'angle de torsion; d'où il suit, comme nous l'avons vu, dans le *septième volume des Savans étrangers,* que la force résultante de l'action magnétique du globe de la Terre, est une force constante dirigée parallèlement au méridien magnétique, & passant toujours à égale distance de l'extrémité de l'aiguille, dans quelque position que cette aiguille soit placée, relativement à son méridien: voici le calcul comparé à l'expérience.

Soit A, l'angle de torsion d'un essai quelconque, qui doit servir de terme de comparaison.

B, l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien à cet essai.

A', l'angle de torsion trouvé dans un autre essai.

B', l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien à cet essai; nous aurons généralement, d'après la théorie A A' : : sin. B : sin. B'.

D'où log. A' = log. A + log. sin. B' — log. sin. B. Prenons le deuxième essai pour terme de comparaison; en corrigeant l'angle de torsion, de l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien, cet angle sera 699 degrés, & son logarithme sera. . . . . 2,8444, l'angle B étant de $21^d\ 15'$, log. sin. B sera . . . . . 9,5592.

En comparant ces deux quantités, d'après la formule, avec l'angle dont l'aiguille est éloignée de son méridien dans les autres essais, nous trouverons que,

Les 2.^{me} & 3.^{me} *Essais* comparés par la théorie, donnent pour la force de torsion du 3.^{me} *Essai*..............	1052^{d}.
L'expérience donne pour la force de torsion du 3.^{me} *Essai*.	1047^{d}.
Différence..............................	5.
Erreur de l'expérience..........................	— $\frac{1}{210}$.
Les 2.^{me} & 4.^{me} *Essais* comparés, donnent, par la théorie, pour la force de torsion..........................	1388^{d}.
L'expérience donne pour la force de torsion du 3.^{me} *Essai*.	1394^{d}.
Différence..............................	06^{d}.
Erreur de l'expérience..........................	+ $\frac{1}{232}$.
Les 2.^{me} & 5.^{me} *Essais* comparés, donnent, par la théorie, pour la force de torsion..........................	1726^{d}.
L'expérience donne au 5.^{me} *Essai*, pour la force de torsion,	1736$\frac{1}{2}$.
Différence..............................	10$\frac{1}{2}$.
Erreur de l'expérience..........................	+ $\frac{1}{169}$.
Les 2.^{me} & 6.^{me} *Essais* comparés, donnent, par la théorie, pour la force de torsion..........................	1921^{d}.
L'expérience donne au 5.^{me} *Essai*..................	1895^{d}.
Différence..............................	26^{d}.
Erreur de l'expérience..........................	— $\frac{1}{75}$.

L'on trouve donc le plus grand accord entre la théorie & l'expérience, ce qui prouve en même temps, la vérité de la théorie & l'exactitude de la méthode; exactitude que l'on ne peut attribuer qu'à la simplicité du moyen, car la boîte & toutes les parties qui forment la balance avoient été exécutées sans beaucoup de soin.

Première Remarque.

Cette propriété établie d'une manière qui me paroît incontestable, il sera facile, au moyen de notre balance,

de comparer tout de ſuite & ſans calcul, la force de différentes aiguilles aimantées, ſoit entr'elles, ſoit avec le *momentum* d'un poids qui agiroit à l'extrémité d'un levier donné.

Il ne s'agit pour cette opération, que de ſuſpendre horizontalement l'une après l'autre, dans notre balance, les différentes aiguilles que l'on voudra comparer, de manière qu'elles ſe placent librement ſur le méridien magnétique, lorſque la torſion du fil de ſuſpenſion eſt nulle; l'on tordra enſuite le fil de ſuſpenſion au moyen du micromètre, de manière que les aiguilles ſuſpendues, forment dans tous les eſſais, un même angle avec le méridien magnétique, & l'on conclura de cette expérience, que, puiſque l'angle formé avec le méridien magnétique eſt conſtant, le *momentum* de la force avec laquelle chaque aiguille eſt ramenée à ſon méridien par l'action magnétique de la Terre, eſt proportionnel à l'angle de torſion qu'aura donné l'expérience.

Nous aurons lieu, dans un autre Mémoire, de revenir en détail ſur cet objet, ainſi que ſur beaucoup d'autres, relatifs au magnétiſme.

Usage de la balance magnétique, pour déterminer la loi ſuivant laquelle les parties aimantaires agiſſent l'une ſur l'autre à différentes diſtances.

L'on a aimanté un fil de bon acier, tiré à la filière, de 24 pouces de longueur, & 1 $\frac{1}{2}$ ligne de diamètre, on l'a ſuſpendu horizontalement dans notre balance magnétique; l'on a cherché d'abord, avec quelle force le magnétiſme de la Terre ramenoit cette aiguille à ſon méridien, & l'on a trouvé qu'en tordant le fil de ſuſpenſion de deux cercles moins 20 degrés, l'aiguille s'arrêtoit à 20 degrés de ſon méridien magnétique, en ſorte que pour les angles de 20 à 24 degrés & au-deſſous, les ſinus étant à peu-près proportionnels aux arcs, il falloit pouréloigner l'aiguille

d'un degré de ſon méridien magnétique, une force de torſion très-approchante de 35 degrés.

L'on a placé enſuite un autre fil aimanté des mêmes dimenſions, verticalement dans le méridien magnétique, à 11 pouces 2 lignes du centre de ſuſpenſion de la première aiguille, en baiſſant l'extrémité de ce fil, à peu-près d'un pouce au-deſſous du niveau de l'aiguille ſuſpendue horizontalement; en ſorte que, ſi les deux aiguilles, l'une ſuſpendue horizontalement, l'autre placée fixement verticalement dans le méridien de la première, s'étoient touchées, elles ſe ſeroient rencontrées à 1 pouce de leurs extrémités; mais comme c'étoit les pôles nord, ou du même nom de chaque aiguille, qui étoient oppoſés, elles ſe ſont chaſſées mutuellement, & l'aiguille horizontale, ſuſpendue dans la balance, a été repouſſée de la direction de ſon méridien, & ne s'eſt arrêtée que lorſque la force de répulſion des pôles oppoſés, a été en équilibre avec la force directrice du globe de la Terre. Voici le réſultat des différens eſſais.

EXPÉRIENCE.

Premier Eſſai. L'aiguille ſuſpendue horizontalement ſans tordre le fil de ſuſpenſion, a été chaſſée, & s'eſt arrêtée à 24 degrés de ſon méridien magnétique.

Deuxième Eſſai. Ayant tordu de trois cercles, l'aiguille s'eſt arrêtée à 17 degrés de ſon méridien magnétique.

Troiſième Eſſai. Ayant tordu de huit cercles, l'aiguille s'eſt arrêtée à 12 degrés de ſon méridien magnétique.

Explication & réſultat de cette expérience.

Nous avons dit que l'aiguille libre & uniquement ſollicitée par l'action magnétique du globe de la Terre, étoit retenue à 20 degrés de ſon méridien par une force de torſion de deux cercles moins 20 degrés; ainſi, lorſque l'aiguille formoit un angle de 20 degrés avec ſon méridien magnétique, la force qui la rappeloit vers ce méridien

étoit de 700^d; & par conséquent, comme dans le premier essai elle s'arrêtoit à 24^d de son méridien, elle y étoit ramenée avec une force de 849^d; mais, comme par la répulsion des aiguilles, le fil de suspension étoit tordu de 24^d, la répulsion totale étoit de 864.

Dans le 2.^{me} *Essai*, l'aiguille s'arrêtoit à 17^d de son méridien magnétique; ainsi, elle étoit ramenée à ce méridien par l'action aimantaire de la Terre, avec une force de 595^d. Mais la torsion qui la retenoit à cette distance étoit 3 cercles + 17^d. Ainsi, comme cette force de torsion agissoit dans le même sens que la force aimantaire de la Terre, l'action des deux pôles de l'aiguille étoit mesurée par . . . 1692^d.

Dans le 3.^{me} *Essai*, l'aiguille n'est qu'à 12^d de son méridien magnétique. Ainsi, l'action du globe de la Terre n'est mesurée que par une force de 420^d. Mais nous trouvons dans cet essai, que pour ramener l'aiguille à cette distance de 12^d il avoit fallu tordre le fil de suspension de 8 cercles + 12^d, = 2890^d. Ainsi, la force répulsive des deux aiguilles placées à 12^d de distance est mesurée dans ce dernier essai, par une torsion de 2892 + 420 = 3312^d. Ainsi, dans nos expériences, où les distances sont 24, 17, 12, la raison inverse du carré des distances est mesurée par les nombres $\frac{1}{576}$, $\frac{1}{289}$, $\frac{1}{144}$, qui est très-approchant, comme $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1. Mais les expériences donnent pour les forces répulsives correspondantes 864, 1692, 3312, qui sont aussi très-approchant, comme les nombres $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1. Ainsi, en supposant, comme nous avons vu plus haut, qu'il étoit permis de le faire, tout le fluide magnétique concentré à 10 lig. de l'extrémité de nos aiguilles de 24 pouces de longueur, il en résulte que l'action répulsive du fluide magnétique est en raison inverse du carré des distances.

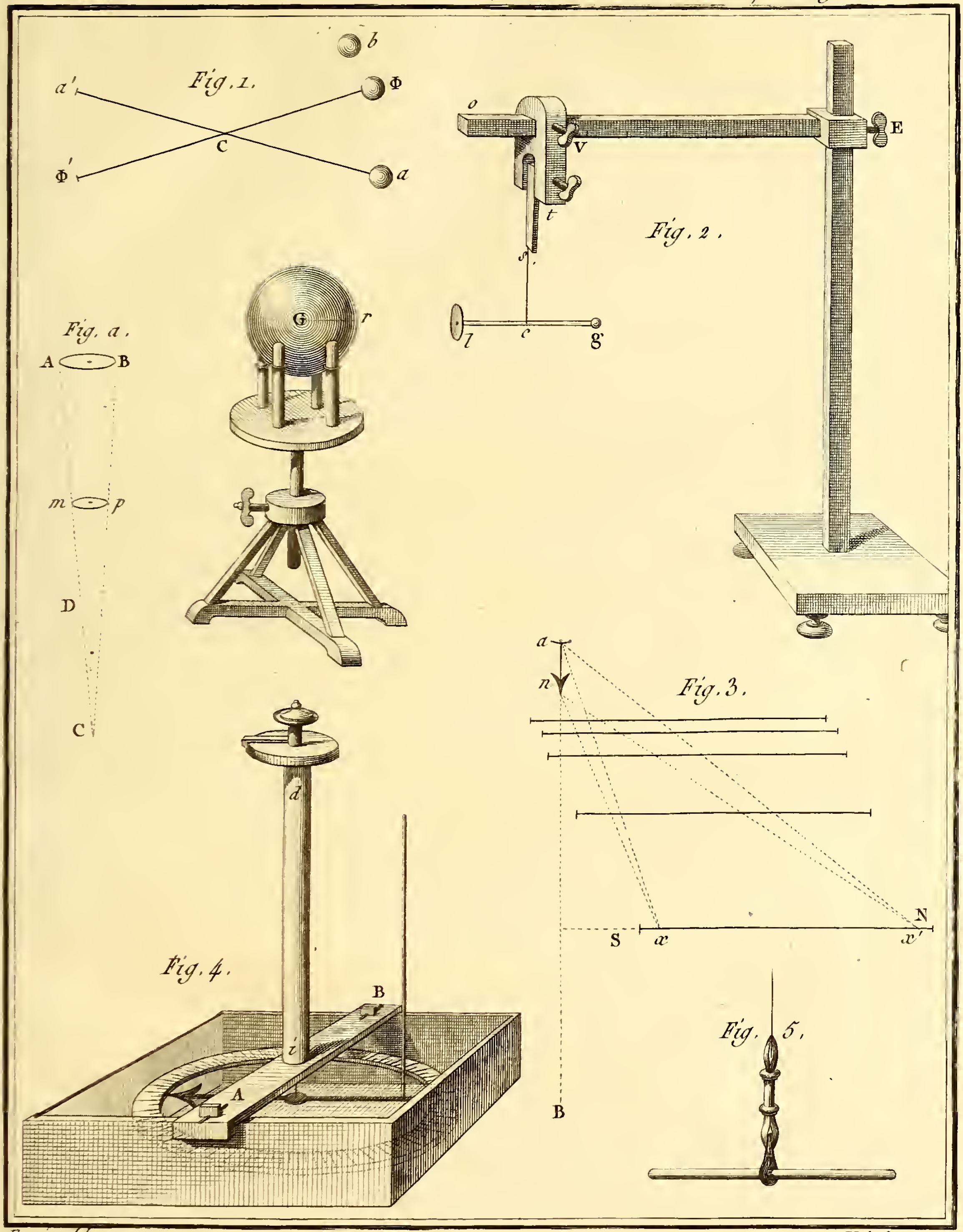
Nous avons pu négliger dans cette opération, l'action des autres pôles des aiguilles; car, puisque l'action est en raison inverse du carré des distances, que les aiguilles ont deux pieds de longueur, ces autres pôles se trouvant toujours à une distance au moins quatre fois plus grande que les

les premiers, & agiſſant d'ailleurs très-obliquement à la longueur des aiguilles, leur action ne peut pas altérer d'une manière bien ſenſible notre réſultat. Mais s'il y avoit moins de différence entre la diſtance des différens pôles de l'aiguille que dans l'expérience qui précède, il faudroit, dans le calcul, avoir égard à l'action réciproque de tous les pôles, & à la longueur du levier ſur lequel chacune de ces actions s'exerce. Ce calcul n'auroit pas plus de difficulté que celui que nous avons fait plus haut pour déterminer le centre d'action des extrémités des aiguilles, ou le point, vers ces extrémités, dans lequel il eſt permis de ſuppoſer le fluide magnétique concentré.

L'on peut encore, au moyen de la balance magnétique que nous venons de décrire, prouver d'une manière inconteſtable, que le fluide magnétique dans les fils d'acier aimantés par la méthode de la double touche, eſt concentré vers les extrémités de ces fils.

Voici le précis de l'opération qui mène à ce réſultat. Ayant placé dans le méridien magnétique de notre balance, une règle verticale de deux lignes d'épaiſſeur, répondant à l'extrémité de l'aiguille ſuſpendue, l'on fait gliſſer verticalement, le long de cette règle, le fil d'acier aimanté, de manière que les pôles du même nom ſe répondent, la règle étant entre-deux. Comme les deux extrémités, ou les deux pôles des fils d'acier & de l'aiguille, ſe chaſſent, l'on tord, au moyen du micromètre, le fil de ſuſpenſion, juſqu'à ce que l'on ait ramené l'aiguille horizontale en contact avec la règle, en ſorte qu'il ne reſte que l'épaiſſeur de la règle, ou deux lignes de diſtance entre les points les plus rapprochés des deux aiguilles; mais comme le fil d'acier que nous plaçons derrière la règle eſt vertical, tous les points des deux aiguilles qui ſe trouvent à quatre ou cinq lignes de diſtance du recroiſement, n'ont l'une ſur l'autre pour ſe chaſſer mutuellement, qu'une force très-foible, à cauſe de leur diſtance & de l'obliquité de leur action ; en ſorte que la force de torſion qu'il faut

employer pour tenir l'aiguille ſuſpendue horizontalement en contact de la règle, eſt proportionnelle à la denſité des deux ou trois lignes de longueur du fluide aimantaire qui avoiſinent les points des deux aiguilles, qui ne ſont qu'à deux lignes de diſtance l'un de l'autre. Ainſi, en faiſant gliſſer verticalement notre fil d'acier le long de la règle, nous préſenterons à cette petite diſtance de deux lignes de l'aiguille, tous les points de ce fil, & la force de torſion de la ſuſpenſion pour tenir l'aiguille ſuſpendue horizontalement en contact avec la règle, ſera proportionnelle à la denſité du fluide magnétique du point du fil vertical, qui, dans chaque eſſai, ſe trouvera à deux lignes de diſtance de l'aiguille. Si l'on tente cette expérience, l'on trouvera que s'il faut une torſion de huit cercles lorſque le point de recoupement eſt à deux lignes de l'extrémité du fil, il ne faut que deux ou trois cercles de torſion à un pouce, & tout au plus un demi-cercle de torſion à deux pouces; & que lorſque le fil d'acier vertical a ſon extrémité baiſſée de trois pouces au-deſſous de l'extrémité de l'aiguille ſuſpendue horizontalement, la répulſion eſt preſque nulle. L'on trouvera la même choſe pour l'attraction des pôles du même nom; mais il faut avertir que pour compter ſur le réſultat d'une pareille expérience, il ne faut employer que des aiguilles fortement trempées & d'excellent acier, & ne pas leur donner un trop fort degré de magnétiſme; autrement, comme dans cette opération le point de recroiſement des deux aiguilles n'a que deux lignes de diſtance, ſi la force du fluide magnétique eſt telle que le fluide puiſſe ſe déplacer dans les parties des aiguilles qui s'avoiſinent, les réſultats ne ſeront plus comparables. L'on verra, dans un autre Mémoire, que la force coërcitive, qui empêche le fluide magnétique une fois concentré par l'opération de la double touche, de ſe déplacer, eſt une quantité conſtante, qui varie ſuivant la nature & la trempe de l'acier; mais que, lorſqu'un point d'une aiguille eſt aimanté à ſatu-



Fossier del.

Y. le Gouaz sc.

ration, cette force coërcitive, que l'on peut comparer au frottement dans la mécanique, fait équilibre avec la résultante de toutes les forces, soit répulsives, soit attractives de tout le fluide magnétique répandu dans l'aiguille, la force de chaque point étant en raison composée de la directe des densités & de l'inverse du carré des distances.

Récapitulation des objets contenus dans ce Mémoire.

DES recherches qui précèdent, il résultera:

1.° Que l'action, soit répulsive, soit attractive de deux globes électrisés, & par conséquent de deux molécules électriques, est en raison composée des densités du fluide électrique des deux molécules électrisées, & inverse du carré des distances.

2.° Que dans une aiguille de 20 à 25 pouces de longueur, aimantée par la méthode de la double touche, le fluide magnétique peut être supposé concentré à dix lignes des extrémités de l'aiguille.

3.° Que lorsqu'une aiguille est aimantée, dans quelque position où elle soit placée sur un plan horizontal, relativement à son méridien magnétique, elle est toujours ramenée à ce méridien par une force constante parallèle au méridien, & dont la résultante passe toujours par le même point de l'aiguille suspendue.

4.° Que la force attractive & répulsive du fluide magnétique, est exactement, ainsi que dans le fluide électrique, en raison composée de la directe des densités, & inverse du carré des distances des molécules magnétiques.

TROISIÈME MÉMOIRE
SUR L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME.

De la quantité d'Électricité qu'un corps isolé perd dans un temps donné, soit par le contact de l'air plus ou moins humide, soit le long des soutiens plus ou moins idio-électriques.

Par M. COULOMB.

LORSQU'UN corps conducteur électrisé est isolé par des soutiens idio-électriques, l'expérience apprend que l'électricité de ce corps décroit & s'anéantit assez rapidement. L'objet de ce Mémoire est de déterminer suivant quelles loix se fait ce décroissement : la connoissance de cette loi est absolument nécessaire pour pouvoir soumettre par la suite, au calcul les autres phénomènes de l'électricité ; parce que les expériences destinées à évaluer ces phénomènes, ne pouvant s'exécuter dans un même instant, ne peuvent être comparées entr'elles, sans connoître l'altération qu'elles éprouvent dans le temps qui s'écoule de l'une à l'autre.

Deux causes paroissent principalement concourir à faire perdre l'électricité des corps : la première, c'est qu'il est probable qu'il n'y a dans la Nature aucun soutien parfaitement isolant, c'est-à-dire, qu'il n'y a aucun corps entièrement impénétrable à l'électricité, lorsqu'elle est portée à un très-grand degré d'intensité ; que d'ailleurs, quand même ce corps existeroit, l'air étant toujours chargé d'un certain degré d'humidité, cette humidité s'attache à la surface des corps idio-électriques en plus ou moins grande quantité, suivant que l'air est plus ou moins humide, &

que le corps idio-électrique, par sa nature, a une plus grande ou une moindre affinité avec l'eau, que n'en ont les parties de l'air; en sorte qu'il arrive souvent que les parties aqueuses répandues sur la surface du corps idio-électrique qui sert de soutien à un corps électrisé, sont plus raprochées l'une de l'autre, qu'elles ne le sont dans l'air environnant; & comme ces parties aqueuses sont conductrices de l'électricité, dans ce cas, lorsque les corps idio-électriques qui servent de soutien n'ont pas une longueur suffisante, l'électricité se perd plus facilement le long de la surface du corps idio-électrique qui sert de soutien, que par le contact de l'air.

La seconde cause, c'est que le corps électrisé étant enveloppé par l'air atmosphérique, cet air composé de différens élémens, est plus ou moins idio-électrique, soit par la nature de ces élémens, soit par leur affinité avec les molécules aqueuses; affinité qui varie encore suivant le degré de chaleur, en sorte que l'air peut être regardé comme composé d'une infinité d'élémens en partie idio-électriques, en partie conducteurs. Mais, comme un corps conducteur se charge toujours d'une partie de l'électicité du corps qui le touche, & que chargé de cette électricité, il est repoussé par ce corps; il en résulte, que chaque molécule de l'air qui touche un corps électrisé, se charge de l'électricité de ce corps plus ou moins rapidement, suivant que la densité électrique du corps est plus ou moins grande, & que l'air est plus ou moins chargé d'humidité ou de parties conductrices de l'électricité: dès l'instant qu'une molécule de l'air est chargée d'électricité, elle est chassée du corps électrisé, & remplacée par une autre qui s'électrise, & est chassée à son tour; chacune de ces molécules emportant une partie de l'électricité du corps électrisé qu'elles enveloppent, la densité électrique diminue plus ou moins rapidement, suivant l'état de l'atmosphère. L'explication que nous venons de donner sur la manière dont l'électricité se perd par le contact de l'air, dont les molécules infi-

niment petites ſe meuvent avec beaucoup de facilité, n'eſt pas applicable à la manière dont l'expérience apprend que l'électricité ſe perd le long des ſurfaces des ſoutiens devenus idio-électriques imparfaits, par le contract de l'air humide; parce que dans ce ſecond cas, les parties aqueuſes contractent un aſſez grand degré d'adhérence avec la ſurface de ces ſoutiens; que cette adhérence eſt quelquefois plus grande que l'action répulſive que le corps électriſé exerce ſur la molécule aqueuſe, à laquelle il a tranſmis une partie de ſon électricité; d'où il arrive, & ce réſultat eſt confirmé par l'expérience, que lorſque la molécule humide, la plus proche du corps électriſé, eſt chargée d'électricité, cette électricité paſſe en partie à la molécule ſuivante, ſans que cette molécule ſe déplace, & de-là de molécule en molécule, juſqu'à une certaine diſtance du corps: ainſi la denſité de chaque molécule diminuera à meſure qu'elle ſera plus éloignée du corps électriſé, parce que ces molécules aqueuſes étant ſéparées par un petit intervalle idio-électrique, il faut un certain degré de force, pour que l'électricité puiſſe paſſer d'une molécule à l'autre. La réſiſtance que ce petit intervalle idio-électrique oppoſe à l'écoulement du fluide électrique, paroît ne pouvoir être repréſentée que par une quantité conſtante pour un intervalle conſtant, & doit par conſéquent être proportionnelle à la différence de l'action de deux molécules conſécutives. Nous verrons tout-à-l'heure, que le calcul & les expériences qui déterminent la loi de la denſité du fluide électrique le long des ſoutiens idio-électriques imparfaits, s'accordent avec le raiſonnement qui précède.

Les recherches qui vont ſuivre, doivent donc avoir deux objets; le premier, de déterminer ſuivant quelle loi l'électricité ſe perd par le contact de l'air; le deuxième, de déterminer ſuivant quelle loi cette même électricité ſe perd le long de la ſurface des ſoutiens idio-électriques: mais comme dans toutes les expériences que l'on peut faire, les corps conducteurs chargés d'électricité, ſont toujours

ſoutenus par des corps idio-électriques, ces expériences doivent naturellement toujours préſenter un réſultat compoſé de la perte de l'électricité par le contact de l'air, & de la perte de l'électricité le long de la ſurface du ſoutien idio-électrique, à moins que l'on ne parvienne à ſoutenir le corps par un ſupport idio-électrique dont la ſurface ſoit proportionnellement moins chargée d'humidité, ou des parties conductrices que les molécules de l'air environnant; car pour lors en diminuant beaucoup la ſurface du contact du corps électriſé & de ſon ſoutien, la diminution de l'électricité du corps ſeroit dûe en entier au contact de l'air. D'après ce raiſonnement, j'ai eſſayé, pour ſervir de ſoutien au corps électriſé, pluſieurs matières idio-électriques, & j'ai trouvé que lorſque la denſité électrique du corps ſoutenu n'étoit pas très-conſidérable, un petit cylindre de cire d'Eſpagne ou de gomme-laque, d'une demi-ligne de diamètre & de 18 à 20 lignes de longueur, ſuffiſoit preſque toujours pour iſoler parfaitement une balle de ſureau de cinq à ſix lignes de diamètre; j'ai également trouvé que lorſque l'air étoit ſec, un fil de ſoie très-fin, paſſé dans de la cire d'Eſpagne bouillante, & ne formant enſuite qu'un petit cylindre tout au plus d'un quart de ligne de diamètre, rempliſſoit le même objet, pourvu que l'on donnât à ce fil une longueur de cinq à ſix pouces. Un fil de verre, tiré à la lampe d'émailleurs, de cinq ou ſix pouces de longueur, n'iſole la balle que dans les jours très-ſecs, & lorſqu'elle eſt chargée d'un très-foible degré d'électricité; il en eſt de même d'un cheveu ou d'une ſoie qui ne ſont pas enduits de cire d'Eſpagne, ou ce qui vaut encore mieux, de gomme-laque pure.

PREMIÈRE PARTIE.

Expériences pour déterminer la perte de l'électricité par le contact de l'air.

J'AI donné dans mon premier Mémoire ſur l'électricité, la deſcription de la balance dont je me ſers dans toutes

les expériences électriques. L'on peut se rappeler, en jetant les yeux sur la figure de cette balance, qu'une aiguille horizontale, formée par un fil de soie enduit de cire d'Espagne ou même par une paille terminée par un petit cylindre de gomme-laque, porte une petite balle de sureau, de quatre ou cinq lignes de diamètre à son extrémité; que cette aiguille est suspendue horizontalement par un fil d'argent de 28 pouces de longueur, & qu'en agissant avec un levier de 4 pouces pour tordre ce fil de suspension autour de son axe, il ne faut employer qu'une force de $\frac{1}{340}$ grain pour le tordre de 360^d; que les forces de torsion sont généralement proportionnelles à l'angle de torsion, en sorte que, par exemple, pour tordre notre fil de 36^d, ou pour faire varier l'aiguille de 36^d, il ne faut employer que $\frac{1}{3400}$ de grain. L'on doit encore se rappeler que la force de torsion de ce fil de suspension se mesure d'une manière bien simple, au moyen d'un micromètre placé au haut de la tige de notre balance, & qu'en présentant à la balle de l'aiguille une seconde balle de la même grosseur, isolée comme celle de l'aiguille, leur action réciproque lorsqu'elles sont chargées d'une électricité de même nature, tend à les éloigner l'une de l'autre; qu'en tordant le fil de suspension, au moyen du micromètre, il est facile de mesurer cette action que nous avons trouvée dans ce Mémoire, exactement comme l'inverse du carré de la distance des deux balles.

Pour déterminer au moyen de cette même balance, la loi suivant laquelle un corps électrisé perd son électricité dans un temps donné, voici la méthode qui m'a paru la plus simple & la plus exacte.

Je suspends à un fil de soie très-fin, enduit de cire d'Espagne, & terminé par un petit cylindre de gomme-laque de 18 à 20 lignes de longueur, une petite balle de sureau semblable à celle de l'aiguille; je l'introduis par le trou du couvercle de ma balance, comme je l'ai fait dans mon

premier

premier Mémoire, & je la place de la même manière.

Au moyen d'une épingle à grosse tête, que je charge d'électricité, & qui est isolée comme dans le premier Mémoire, j'électrise également les deux balles, ce qui est très-facile en les faisant toucher l'une à l'autre; lorsque ces balles sont électrisées, elles se repoussent mutuellement, & l'aiguille ne s'arrête que lorsque la distance des deux balles est telle que la force de torsion est égale à la force répulsive: un exemple fera mieux entendre l'opération, que toute autre explication.

Je suppose que la balle de l'aiguille soit chassée à 40 degrés; en tordant le fil de suspension, je la ramène à une moindre distance, à 20 degrés, par exemple, ce que je suppose encore avoir obtenu, en tordant le fil de suspension de 140 degrés. J'observe l'instant où cette balle répond très-précisément à 20 degrés: comme l'électricité se perd, les balles se rapprocheront quelques minutes après l'opération; ainsi, pour pouvoir les observer toujours à la première distance de 20 degrés, je détors, au moyen de l'index, le fil de suspension, de 30 degrés, & la force de torsion étant diminuée de ces 30 degrés, les balles se chassent à un peu plus de 20 degrés. J'attends l'instant où la balle de l'aiguille arrive à 20 degrés, & je tiens compte très-exactement du temps écoulé entre les deux opérations; je suppose que ce temps soit 3′; il résultera de cette opération, qu'à la première observation, la distance des balles étant 20, la force répulsive avoit pour mesure, 140 degrés + 20; que 3′ après, la force répulsive à la même distance de 20 degrés, n'étoit plus que $110^d + 20^d$, c'est-à-dire, qu'elle étoit diminuée de 30 degrés, ou de 10 degrés par minute: ainsi comme la force moyenne entre les deux observations étoit mesurée par 145 degrés, & qu'elle diminue de 30 degrés en 3′, ou de 10 degrés par minute, la force électrique des deux balles diminuoit de $\frac{10}{145}$ par minute.

C'est d'après cette méthode, que j'ai formé le premier tableau, qui représente des observations faites le 28 Mai, le 29 Mai, le 22 Juin & le 2 Juillet; j'ai choisi ces quatre observations parmi une infinité d'autres, parce que l'hygromètre annonçoit ces quatre jours des différences considérables dans le degré d'humidité de l'air, & que le degré de chaleur étoit à peu-près le même.

Observation sur le Tableau ci-joint.

Dans ce tableau, la première colonne représente l'instant de l'observation; la deuxième, la distance des deux balles; la troisième, le degré de torsion donné par le micromètre; la quatrième, la durée du temps écoulé entre deux observations consécutives; la cinquième, la perte de la force électrique dans le temps écoulé entre deux observations; la sixième, la force moyenne de répulsion entre deux observations consécutives, mesurée par la torsion moyenne, indiquée par le micromètre, plus par la distance des deux balles; enfin, la septième colonne indique le rapport de la force électrique perdue dans 1', à la force totale.

L'on voit, d'après cette septième colonne, que le rapport de la force électrique perdue à la force totale, a été représenté le même jour, ou dans le même état d'humidité de l'air, par une quantité constante; que ce rapport n'a varié qu'à mesure que l'hygromètre a annoncé une variation dans l'humidité de l'air, d'où il résulte, que pour un même état de l'air, la perte de l'électricité est toujours proportionnelle à la densité électrique.

La loi de la perte de la densité électrique étant déterminée par les expériences qui précèdent, il est facile d'avoir par le calcul l'état électrique des deux balles après un temps donné; prenons pour exemple la première expérience de notre table, où nous avons vu que l'action

électrique des deux balles, dont l'électricité primitive étoit la même, diminuoit de $\frac{1}{41}$ partie à chaque minute. Puisque la densité électrique décroît, ainsi que nous venons de le voir, proportionnellement aux densités ; nous avons $-(\frac{d\delta}{\delta}) = m\,\partial t$, où δ représente la densité de chaque balle; mais puisque cette densité décroît, comme on le verra dans l'article suivant, de $\frac{1}{82}$ par minute, si $\partial t = 1'$, l'on aura $m = (\frac{1}{82})$. Ainsi, dans cette expérience, $-\frac{d\delta}{\delta} = (\frac{\partial t}{82})$, multipliant par le module μ du système logarithmique, l'on aura $-\mu\frac{d\delta}{\delta} = (\frac{\mu\,\partial t}{82})$, dont l'intégrale donne $\frac{\mu t}{82} = \log.(\frac{D}{\delta})$, D représentant la densité primitive du fluide électrique de chaque balle, & par conséquent $\frac{2\mu t}{82} = \frac{\mu}{41}t = \log.(\frac{D^2}{\delta^2})$; mais la distance étant constante, D^2 est proportionnel à l'action primitive, & δ^2 est proportionnel à l'action, lorsque le temps est $= t$: ainsi, en se servant des tables ordinaires, puisque le module $\mu = 0{,}4343$, l'on aura $\frac{0{,}4343}{41}t = \log.(\frac{D^2}{\delta^2})$. Si l'on cherche d'après cette formule, la valeur de δ dans cette première expérience, l'on trouvera qu'au premier essai, $D^2 = 150$, qu'au 6.^{me} essai $\delta^2 = 50$; ainsi, $\frac{0{,}4343\,t}{41} = \log.\frac{150}{50} = \log.3$; & par conséqnent $t = (\frac{41\ \log.\ 3}{0{,}4343}) = 45'$ par l'expérience. Le *1.^{er} Essai* a commencé à $6^h\ 32'\ 30''$; le *6.^{me} Essai* n'a eu lieu qu'à $7^h\ 17'$: ce qui donne $44'\ 30''$, au lieu de $45'$ trouvées par l'expérience.

Deuxième Remarque.

Le rapport donné dans la ſeptième colonne de la table, repréſente exactement la portion de la force perdue dans une minute par le corps électriſé, à la force totale : mais ce rapport eſt double de celui de la perte de la denſité de chaque corps à la denſité totale ; il eſt facile de s'en convaincre par les réflexions ſuivantes.

Nous avons vu, dans nos deux premiers Mémoires, que lorſque deux globes égaux électriſés, agiſſoient l'un ſur l'autre, leur action réciproque étoit en raiſon compoſée des denſités électriques & de l'inverſe du carré des diſtances de ces deux globes. Ainſi, puiſque dans nos expériences, les deux balles ſont égales, & qu'elles ont au premier inſtant reçu une égale doſe d'électricité, leur action réciproque, en nommant δ, la denſité électrique, & a, la diſtance des deux balles, ſera proportionnelle à $\left(\frac{\delta^2}{a^2}\right)$, & la variation de cette action dans l'inſtant dt ſera également proportionnelle à $\left(\frac{2\delta d\delta}{a^2} + d\delta^2\right)$: ainſi le rapport de cette variation d'action, à l'action, ſera en négligeant $d\delta^2$ égal à $\left(\frac{2d\delta}{\delta}\right)$. Mais $\left(\frac{d\delta}{\delta}\right)$ eſt le rapport de la perte de la denſité de chaque balle à ſa denſité, & par conſéquent elle a pour meſure, la moitié du rapport donné pour la perte d'action, à l'action donnée dans nos expériences : ainſi, le 28 Juin, notre tableau donnant moyennement $\frac{1}{41}$ pour le rapport de la force électrique perdue dans une minute à la force totale ; il en réſulte, que ce même jour, la denſité électrique des balles diminuoit de $\frac{1}{82}$ partie par minute.

Par une ſuite d'expériences du même genre, j'ai également trouvé que, quoique les balles euſſent des groſſeurs

très-différentes, que la maſſe d'électricité & la denſité électrique de chaque balle fuſſent très-différentes, le rapport de la force perdue dans une minute, à la force totale, reſtoit toujours une quantité conſtante; en ſorte, par exemple, que, quoique le 28 Juin, je préſentaſſe à la balle de l'aiguille, une balle double de groſſeur, & que je donnaſſe à cette balle une denſité électrique plus grande ou plus petite que celle de l'aiguille, la perte de la force électrique par minute, étoit toujours $\frac{1}{41}$ partie de la force totale. Pour peu que l'on y faſſe attention, l'on verra que ſi dans un temps donné, la denſité décroît proportionnellement à ſon intenſité, le réſultat que donne l'expérience, eſt une ſuite néceſſaire de la théorie; car l'action des deux balles dont la groſſeur & la denſité ſont différentes, étant repréſentée par $m\ (\frac{D\delta}{a^2})$, où m eſt un coéfficient conſtant dépendant de la ſurface des balles, où D & δ repréſentent les denſités, & a la diſtance; la variation de la force répulſive diviſée par cette force, aura pour meſure, $(\frac{dD}{D} + \frac{d\delta}{\delta})$, quantité qui ſera toujours une quantité conſtante, quelle que ſoit la valeur de δ, de D & de m, pourvu que pour un même inſtant dt, $\frac{dD}{D} = \frac{d\delta}{\delta} =$ une quantité conſtante.

Mais une remarque fournie par l'expérience, & qui me paroît mériter la plus grande attention, c'eſt que, quelque figure qu'ait un corps électriſé, & quelle que ſoit ſa groſſeur, le décroiſſement de la denſité électrique, relativement à cette denſité, a dans tous les cas pour meſure, à peu près une quantité conſtante, lorſque l'air eſt ſec, & que le degré d'électricité n'eſt pas très-conſidérable. J'ai fait cette expérience avec un globe d'un pied de diamètre, avec des cylindres de toutes les groſſeurs & de toutes les longueurs; j'ai ſubſtitué à la place des balles, dans ma balance

électrique, des cercles de papier ou de métal; j'ai même, un jour très-sec, armé une des balles d'un petit fil de cuivre, de 10 lignes de longueur & de $\frac{1}{4}$ ligne de diamètre, & en observant le décroissement de l'électricité, j'ai trouvé le jour où j'ai fait cette expérience, que la densité électrique décroissoit dans tous ces corps, quelques figures qu'ils eussent, d'une centième partie par minute : mais il faut seulement prévenir, que les corps de différentes figures ne donnent cette égalité de décroissement dans la densité électrique, que lorsque cette densité est diminuée à un certain point; que dans toutes les figures anguleuses, lorsqu'on leur communique une électricité très-forte, elles perdent rapidement une portion de cette électricité, suivant des loix que nous déterminerons en parlant de l'électricité des pointes; mais lorsque l'électricité est diminuée à un certain point, pour lors, quelle que soit la densité électrique, son rapport avec le décroissement pendant l'instant dt, sera une quantité constante.

Une seconde observation que l'expérience m'a fait faire, c'est que la nature du corps n'influe nullement sur la loi du décroissement de l'électricité; ainsi, le 28 Juin où nous voyons par notre tableau, que l'électricité décroissoit de $\frac{1}{82}$ par minute, pour des balles de sureau, elle décroissoit de la même quantité pour une balle de cuivre, & ce qui paroîtra plus extraordinaire, pour une balle de nature idio-électrique, formée avec de la cire d'Espagne, & que l'on avoit chargée d'électricité, en la faisant toucher à un corps fortement électrisé. Nous aurons lieu dans la suite de revenir sur tous ces résultats, lorsque nous aurons déterminé par l'expérience & le calcul, les loix des autres phénomènes électriques.

Troisième Remarque.

Si l'on veut actuellement chercher, d'après le tableau qui représente le décroissement de l'électricité dans une

minute, la correſpondance entre l'état plus ou moins humide de l'air, & ce décroiſſement d'électricité, l'on formera la petite table ſuivante.

	Hygromètre.	Quantité d'eau qu'un pied cube d'air tient en diſſolution.	Électricité perdue à chaque minute.
Le 29 Mai...	69.......	6,197 grains...............	$\frac{1}{60}$.
Le 28 Mai...	75.......	7,295.................	$\frac{1}{41}$.
Le 2 Juillet...	80.......	8,045.................	$\frac{1}{29}$.
Le 22 Juin...	87.......	9,221.................	$\frac{1}{14}$.

Dans ce tableau, la première colonne marque le jour où l'expérience a été faite; la deuxième, l'état de l'hygromètre de M. de Sauſſure; la troiſième, la quantité d'eau que l'air tient en diſſolution par pied cube, lorſque le thermomètre eſt entre 15 & 16 degrés, évaluée d'après une petite table du dixième chapitre, *page 173* de l'hygrométrie de M. de Sauſſure, qui exprime pour tous les degrés du thermomètre, la quantité d'eau que l'air tient en diſſolution, relativement au degré marqué par l'hygromètre de cet auteur.

Si, d'après cette table, l'on cherche par le calcul à déterminer une loi entre le décroiſſement de l'électricité & la quantité d'eau contenue dans un pied cube d'air, lorſque le thermomètre eſt entre 15 & 16 degrés, point où il ſe trouvoit dans le temps des quatre expériences; en nommant m la puiſſance qui exprime ce rapport, & en comparant la première expérience avec les trois autres, l'on aura:

1.ere & 2.eme.......... $\frac{60}{41} = \left(\frac{7,197}{6,180}\right)^m$ d'où $m = 2,76$;

1.ere & 3.eme.......... $\frac{60}{29} = \left(\frac{8,045}{6,180}\right)^m$ d'où $m = 2,76$.

1.ere & 4.eme.......... $\frac{60}{14} = \left(\frac{9,221}{6,180}\right)^m$ d'où $m = 3,61$;

& la quantité moyenne donne $m = 3,04$.

En ſorte qu'il paroîtroit que le décroiſſement de la force, ou, ce qui revient au même, de la denſité électrique, eſt proportionnel au cube du poids de l'eau contenue dans un volume d'air.

Mais ce résultat dépendant de pluſieurs élémens, qui ne ſont peut-être pas encore déterminés d'une manière aſſez ſûre, a beſoin d'être confirmé par des recherches plus directes. C'eſt dans cette vue, que j'avois imaginé, pour compléter mon travail, de renfermer des corps électriſés dans différentes eſpèces d'air, de donner à cet air différens degrés de denſité & d'humidité, de chercher enſuite dans chaque état de ces airs, la loi du décroiſſement de l'électricité; mais je me ſuis bientôt aperçu que cette opération demandoit beaucoup de temps, de patience, & des inſtrumens que je n'avois pas, ou qui n'exiſtent même pas encore pour meſurer avec exactitude le degré de pureté de chaque air, & ſon degré d'humidité: j'ai été obligé, avec regret, de renoncer au moins pour le moment à un travail ſur lequel je deſire de pouvoir revenir dans la ſuite.

Quatrième Remarque.

Dans les différens eſſais qui forment la table générale de nos expériences, je me ſuis aſſuré que l'électricité ſe perdoit uniquement par le contact de l'air, & non le long des corps idio-électriques qui formoient les ſoutiens, par la méthode ſuivante.

Les balles renfermées dans la balance électrique étant ſoutenues par un ſeul fil de ſoie enduit de cire d'Eſpagne, terminé par un fil de gomme-laque de 18 lig. de longueur, je cherchois la quantité d'électricité qui ſe perdoit dans une minute, & qui ſe trouve dans le tableau des expériences; je faiſois enſuite toucher la balle par quatre fils abſolument ſemblables à celui qui ſervoit de ſoutien, & je déterminois dans cet état le décroiſſement de l'électricité dans une minute, que je trouvois le même que s'il n'y avoit eu qu'un ſeul ſoutien: il eſt clair qu'ayant dans

dans cette expérience quatre ſoutiens au lieu d'un ſeul, ſi une partie ſenſible de l'électricité s'étoit perdue par les ſoutiens, le décroiſſement auroit été ſenſiblement plus grand lorſque la balle étoit touchée par quatre fils enduits de cire d'Eſpagne, que lorſqu'elle étoit ſoutenue par un ſeul; & puiſque l'expérience a prouvé le contraire, il en réſulte que l'électricité ſe perdoit uniquement par le contact de l'air, & non le long des corps idio-électriques qui formoient les ſoutiens.

Cinquième Remarque.

À meſure que le degré de chaleur indiqué par le thermomètre augmente, quoique l'hygromètre de M. de Sauſſure, qui a ſervi à la comparaiſon de nos expériences, reſte au même degré, cependant la quantité d'eau qu'un volume d'air déterminé tient en diſſolution, augmente avec cette chaleur. Mais comme il paroît que le décroiſſement plus ou moins prompt de l'électricité, dépend de la quantité d'eau ou du nombre des parties conductrices qui ſe trouvent dans un même volume d'air, il doit en réſulter que, pour le même degré hygrométrique, l'électricité doit ſe perdre plus promptement les jours chauds que les jours froids. C'eſt effectivement ce que l'expérience confirme toujours; mais il reſte à chercher ſi à différens degrés de chaleur, le décroiſſement de l'électricité dépend uniquement de la quantité d'eau tenue en diſſolution dans un volume d'air déterminé.

Ici les expériences nous manquent: l'on trouve à la vérité dans l'excellent Eſſai d'hygrométrie de M. de Sauſſure, *chapitre X, page 181*, une table qui repréſente la correſpondance des degrés de ſon hygromètre avec la quantité d'eau qu'un pied cube d'air tient en diſſolution à chaque degré du thermomètre. Mais M. de Sauſſure annonce qu'il ne répond pas de cette table, qu'il n'a publiée que pour préſenter un modèle de la réduction des expériences qu'il compte faire par la ſuite. Ainſi, tous les réſultats que nous pourrions tirer, en comparant d'après cette table,

la perte électrique avec la quantité d'eau tenue en dissolution dans un pied cube d'eau, à un degré de chaleur & d'hygromètre observé, ne seroient qu'hypothétiques. L'on peut seulement dire en général, qu'il paroît qu'à mesure que le degré de chaleur augmente, l'électricité ne se perd pas aussi promptement qu'elle devroit se perdre, en calculant d'après cette table la quantité d'eau que le pied cube d'air tient en dissolution; c'est-à-dire, qu'en admettant pour vraie la table de M. de Saussure, un pied cube d'air tenant, par exemple, six grains d'eau en dissolution, est plus idio-électrique ou moins conducteur de l'électricité, à mesure que la chaleur augmente.

Sixième Remarque.

AVANT de finir cette première partie de mon Mémoire, je dois encore avertir que quoique le thermomètre, l'hygromètre, & même le baromètre, marquent à différens jours les mêmes degrés, le décroissement de l'électricité n'est cependant pas toujours le même: l'on ne peut, ce me semble, expliquer ces variétés par une autre cause que par la composition de l'air formé de différens élémens plus ou moins idio-électriques, dont la densité, les proportions varient presque continuellement, & qui ont des degrés d'affinités différens avec les vapeurs aqueuses. La seule observation qui m'a paru assez générale, c'est que lorsque le temps change subitement, & que l'hygromètre varie sensiblement dans quelques heures de l'humidité au sec, la perte de l'électricité, relativement à sa densité, reste pendant quelque temps plus grande qu'elle ne devroit l'être d'après ce degré de sécheresse indiqué par l'hygromètre; *& vice versâ*, lorsque l'hygromètre passe subitement du sec à l'humide. Ainsi, par exemple, si dans douze ou quinze heures, l'hygromètre passe de l'humide au sec de 8 ou 10 degrés, & qu'il se fixe ensuite à ce degré de sécheresse pendant plusieurs jours, l'on observera souvent que si la densité électrique décroît le premier jour après cette marche de l'hygromètre,

de $\frac{1}{50}$ par minute, quelques jours après, quoique la ſéchereſſe indiquée par l'hygromètre, reſte invariable, la denſité élĉtrique ne décroît plus que de $\frac{1}{100^{me}}$ partie par minute. La cauſe de ce phénomène ne dépendroit-elle pas de ce que les vapeurs aqueuſes, après avoir ſéjourné un certain temps dans l'air, y contractent une adhérence de plus en plus grande, & que le cheveu de l'hygromètre n'attire que les parties aqueuſes qui ſont encore libres & qui ont un plus foible degré d'adhérence avec l'air que les premières; d'où il réſulteroit que dans les variations ſubites, l'hygromètre annonceroit ſeulement la quantité des parties *aqueuſes* libres dans l'air, & non la quantité abſolue de ces parties. Ce qui paroîtroit venir à l'appui de cette opinion, c'eſt que l'état de diminutions électriques ſe fixe preſque toujours au bout de quelques heures, relativement à l'hygromètre, lorſque la variation prompte de ſéchereſſe ou d'humidité a lieu avec un vent violent, & que ce n'eſt qu'avec un temps calme, que l'on éprouve quelquefois le contraire. Il ſe pourroit cependant que ce phénomène fût uniquement produit par l'humidité ou la ſéchereſſe des corps qui avoiſinent l'aiguille.

Cette remarque, ainſi que la troiſième, dépendant, comme nous l'avons dit, de pluſieurs élémens hygrométriques qui ſont encore incertains, les réſultats ne ſont qu'hypothétiques, & il ne faut pas les confondre avec les principaux points de ce Mémoire, qui paroiſſent avoir pour baſe une ſuite d'expériences ſuivies.

DEUXIÈME PARTIE.

De la quantité d'électricité qui ſe perd le long des ſoutiens idio-électriques imparfaits.

NOUS avons vu dans la première partie de ce Mémoire, que lorſque l'électricité ſe perd par le contact de l'air, le décroiſſement momentané de l'électricité étoit très-exacte-

ment proportionnel à la denſité électrique du corps électriſé. L'on peut ſe rappeler que pour nous diriger dans les expériences propres à mener à ce réſultat, nous avons dû chercher à iſoler le corps électriſé ſur un ſoutien le plus idio-électrique poſſible.

Pour ſuivre la même méthode, il faudroit dans la recherche actuelle, ſoutenir les corps par des iſoloirs dont l'idio-électricité fût tellement imparfaite, que la perte de l'électricité le long de ces ſoutiens, fût dans un rapport très-grand avec la quantité d'électricité que le corps perd par le contact de l'air. Mais l'on ſent que plus ce rapport ſera grand, plus l'électricité du corps électriſé ſe perdra rapidement. Et comme dans la pratique des expériences, dès l'inſtant que, dans notre balance électrique, la balle ſoutenue par l'aiguille eſt électriſée, l'aiguille oſcille pendant quelques minutes, qu'elle oſcille également toutes les fois que l'on touche au micromètre, pour augmenter ou diminuer la torſion du fil de ſuſpenſion; l'on voit que ſi l'électricité ſe perdoit très-rapidement, à chaque obſervation l'électricité ſe trouveroit preſque entièrement anéantie avant que l'aiguille s'arrêtât, & que l'on pût déterminer ſa poſition d'une manière préciſe: cet inconvénient-pratique nous a donc obligé à nous ſervir de ſoutiens qui euſſent aſſez de forces idio-électriques pour pouvoir, ſans électriſer à chaque fois les balles, faire pluſieurs obſervations conſécutives; il eſt facile enſuite par le calcul, de déterminer, dans ces expériences, la partie de l'électricité perdue par le contact de l'air, & celle perdue le long du ſoutien.

La deuxième Table a été formée ſur le même modèle que la première, ainſi que l'indiquent les titres: mais la balle introduite dans le trou de la balance, & qui eſt deſtinée à chaſſer la balle de l'aiguille, au lieu d'être iſolée comme dans les expériences de cette première partie, par un petit cylindre de gomme-laque de quinze à dix-huit lignes de longueur, eſt ſoutenue par un fil de ſoie d'un ſeul brin, tel

qu'il ſort du cocon; ce fil a quinze pouces de longueur. Les deux expériences de cette deuxième Table, ont été faites comme celle de la première, le 28 & le 29 Mai. La première table détermine la quantité d'électricité que le contact de l'air faiſoit perdre: ainſi, en comparant le réſultat de cette première table avec celui de la deuxième, il ſera facile de déterminer la quantité d'électricité perdue à chaque inſtant le long des ſoutiens.

Mais une remarque bien importante que nous offre cette ſeconde table, c'eſt que le décroiſſement de l'électricité, d'abord beaucoup plus prompt lorſque la denſité eſt conſidérable, qu'il ne devroit l'être s'il étoit uniquement produit par le contact de l'air, parvient dans l'une & l'autre expérience de la deuxième table, lorſque la denſité électrique de la balle ſoutenue par le fil de ſoie, eſt réduite à un certain degré, à être préciſément la même, que lorſque l'idio-électricité de l'iſoloir eſt parfaite, ou pour mieux dire, lorſque la perte de l'électricité eſt entièrement dûe au contact de l'air, comme dans la première table.

Il réſulte certainement de cette obſervation, que notre fil de ſoie de quinze pouces de longueur iſole parfaitement, lorſque l'action réciproque des deux balles eſt meſurée dans la première expérience de notre ſeconde table, par une force de torſion de 40^d & au-deſſous, puiſque pour lors la perte électrique n'eſt que de $\frac{1}{42}$ par minute, la même qui avoit été trouvée pour le même jour dans la première table, & qui étoit, ainſi qu'il eſt prouvé dans la première partie de ce Mémoire, uniquement dûe au contact de l'air. Il réſulte également de cette même obſervation, que dans la deuxième expérience de notre ſeconde table, le fil de ſoie de quinze pouces de longueur iſoloit parfaitement, lorſque l'action répulſive des deux balles étoit de 70^d & au-deſſous, puiſqu'alors la perte de l'action électrique n'étoit que de $\frac{1}{60}$; ainſi que nous l'avions trouvé le même jour dans la première

table. Actuellement, puiſque les forces répulſives ſont meſurées pour une diſtance conſtante, par le produit des denſités des deux balles égales, nous allons chercher à connoître le rapport entre la denſité primitive, & les degrés de denſité de la balle ſoutenue par le fil de ſoie, lorſque ce fil de ſoie commence à iſoler parfaitement cette balle.

Détermination de la denſité électrique de la balle ſoutenue par le fil de ſoie, lorſque ce fil commence à iſoler parfaitement.

UNE application du calcul développé dans la première partie de ce Mémoire, & comparé avec le réſultat de la première expérience de notre ſeconde table, ſuffira pour faire connoître la méthode que nous devons ſuivre dans cette recherche. Dans la première expérience de notre deuxième table, qui a commencé à dix heures, nous avons donné une égale quantité de fluide électrique aux deux balles, puiſque ces balles ſont égales, & que l'on a eu ſoin de les faire toucher après qu'elles ont été électriſées. La balle ſoutenue par l'aiguille, étant iſolée au moyen de la gomme-laque, perdoit ce jour-là $\frac{1}{82}$ partie de ſon fluide électrique par minute, & perdoit ce fluide uniquement par le contact de l'air. La balle ſoutenue par le fil de ſoie, perdoit ſon électricité par le contact de l'air, & le long de ſon ſoutien idio-électrique imparfait: ce n'eſt qu'à peu-près vers dix heures quarante minutes, que le fil de ſoie à commencé à iſoler parfaitement cette ſeconde balle, & pour lors, l'action répulſive des deux balles avoit pour meſure 40 degrés; mais à dix heures, au commencement de l'expérience, l'action répulſive des deux balles, chargées l'une & l'autre d'une égale quantité de fluide électrique, avoit pour meſure 180 degrés, ainſi que l'indique le premier eſſai de cette expérience : ainſi la denſité électrique de

chaque balle, étoit à dix heures, proportionnelle à $\sqrt{(180)}$, puisque l'action, pour une distance constante, est toujours proportionnelle au produit des densités, & que les densités, au premier essai, étoient égales. Mais nous avons vu dans la première partie de ce Mémoire, que le décroissement de l'électricité, dans le contact de l'air, étoit exprimé par la formule $\frac{d\delta}{\delta} = m\,dt$, ou m dans notre première expérience $= (\frac{1}{82})$; cette formule intégrée donne, $\log. (\frac{D}{\delta}) = \frac{4343}{82} t$, où D est la densité primitive de la balle, δ sa densité au bout d'un temps t, 0,4343, le module du système logarithmique décimal des tables ordinaires: ainsi l'on aura $\log. \delta = \log. D - \frac{0{,}4343}{82} t$; ainsi, si nous cherchons ce qu'est devenue la densité D, après 40^m, lorsque le fil de soie commence à isoler parfaitement, nous trouvons, pour la balle de l'aiguille soutenue par la gomme-laque, & isolée parfaitement pendant toute l'expérience, en supposant $D = \sqrt{(180)}$, & $\log. \delta = 1$, $1276 - 2648 = 8628$. Ainsi δ ou la densité de la balle de l'aiguille, à 10^h 40, ayant été mesurée au commencement de l'expérience par $\sqrt{(180)} = 13,4$, étoit mesurée 40′ après, par le nombre 7, 3; mais puisque l'action des deux balles est toujours proportionnelle au produit de la densité, si l'on suppose Z, la densité de la balle soutenue par le fil de soie, lorsque ce fil isole parfaitement, ou que l'action des deux balles a pour mesure 40 degrés; l'on aura $7,3\, z = 40^d$, ou $z = \frac{40}{7{,}3} = 5{,}5$; d'où l'on conclud que la densité électrique de la balle, soutenue par le fil de soie, de quinze pouces de longueur, a pour mesure les nombres 5, 5, lorsque ce fil commence à isoler parfaitement, les deux balles étant à 30 degrés de distance

l'une de l'autre. D'après ce calcul, en comparant plusieurs expériences, j'ai trouvé qu'un petit cylindre de gomme-laque, de 18 lignes de longueur, ne cessoit d'isoler parfaitement, que lorsque la balle étoit chargée d'une densité électrique à peu-près triple de celle de notre fil de soie; c'est-à-dire, qu'en prenant le nombre 5, 5, pour la densité électrique de la balle, soutenue par notre fil de soie de quinze pouces de longueur, lorsqu'il commence à isoler parfaitement, il faudroit tripler à peu-près cette densité, pour avoir celle où un petit cylindre de gomme-laque de dix-huit lignes, commence à isoler parfaitement, & il cesse d'isoler lorsque la densité est plus forte: d'après cette théorie, il sera facile de déterminer, quand on le voudra, par l'expérience, le degré d'idio-électricité des différens corps dont on est dans l'usage de se servir pour isoler les corps électrisés. Les tentatives que j'ai faites à ce sujet, ne sont pas assez nombreuses pour en publier encore les résultats: l'on sent au surplus que ces résultats varient pour un même corps, avec la chaleur & l'humidité de l'air, & que chaque jour donne un rapport différent.

Après avoir trouvé que dans les soutiens idio-électriques imparfaits, il y avoit toujours un certain degré de densité électrique, au-dessous duquel ces soutiens isolent parfaitement, j'ai cherché, par les méthodes que je viens d'expliquer, quel étoit le rapport entre cette densité électrique & la longueur des soutiens; & l'expérience m'a appris que le degré de densité électrique où une soie, un cheveu, & tout corps cylindrique très-fin dont l'idio-électricité étoit imparfaite, commence à isoler, étoit pour le même état de l'air, proportionnel à la racine de la longueur; en sorte, par exemple, que si une soie d'un pied de longueur, commence à isoler le corps parfaitement, lorsque sa densité est D, un fil de quatre pieds commencera à l'isoler lorsque sa densité sera $2\ D$.

Ce que l'expérience nous apprend ici, se trouve conforme à la théorie, en supposant, comme nous l'avons prouvé,

prouvé dans nos deux premiers Mémoires, que l'action du fluide électrique suit la raison inverse du carré des distances, & que l'imperfection de l'idio-électricité des corps, dépend de la distance idio-électrique, à laquelle se trouvent les molécules conductrices qui entrent dans la composition du soutien idio-électrique imparfait, ou qui sont répandues le long de sa surface; que, par conséquent, pour que le fluide électrique passe d'une molécule conductrice à l'autre, il faut qu'il traverse un petit espace idio-électrique plus ou moins grand, suivant la nature du corps; que cet espace à traverser, oppose une résistance constante pour le même corps, parce que ces molécules conductrices sont distribuées uniformément, ou à une même distance l'une de l'autre. Ces suppositions admises, pour appliquer la théorie, l'on observera que, dans un fil très-fin, conducteur, le fluide électrique se distribueroit uniformément dans toute sa longueur; que si ce fil a un certain degré d'idio-électricité, & que le fluide y soit répandu suivant une loi quelconque, l'action qu'éprouveroit chaque point, dépendroit seulement de la densité électrique de la molécule en contact avec ce point, & que l'action du reste du fil, peut être regardée comme nulle. Voici la démonstration de ces deux propositions : dans la *fig. 1*, fi représente un fil, dont toutes les parties agissent l'une sur l'autre, suivant la raison inverse du carré des distances, la courbe hMh', représente la densité électrique de chaque point du fil; sur la longueur de ce fil, je prends deux portions Pa & Pa', égales, finies, mais assez petites, pour que dans la pratique, MNb puisse être regardé comme un triangle.

Soit $Mn = Pp = x$, $\frac{bN}{MN} = a$, nm sera $= ax$, & l'action qu'éprouvera le point M, dont la densité est D, de la part du petit élément dx, placé en p, sera $\frac{Dax.dx}{x^2} = Da\left(\frac{dx}{x}\right)$; intégrant cette quantité, &

ſuppoſant qu'elle s'évanouiſſe, quand $x = A$, l'on aura, pour l'action de toute la partie Pp, Da, log. $(\frac{x}{A})$: quantité qui ſera une quantité finie, tant que A ſera une quantité finie, mais qui deviendra infinie quand $A = 0$: d'où réſulte, que l'action qu'éprouve le point P dépend uniquement de l'incrément de la denſité dans l'élément qui touche le point P, & que la denſité du reſte de la ligne n'y influe pas; d'où réſulte également que, ſi cette action dépend d'un fluide qui peut ſe mouvoir librement le long du fil, ou ſi ce fil eſt conducteur parfait, le fluide qui agit en raiſon inverſe du carré des diſtances, ſe répandra uniformément tout du long de ce fil: nous déterminerons dans la ſuite la denſité électrique de l'extrémité de ce fil.

Appliquons le réſultat qui précède à la queſtion actuelle: le globe en C (*fig. 2*) eſt ſoutenu au moyen du fil de ſoie AB, dont l'idio-électricité eſt imparfaite, c'eſt-à-dire, dont chaque élément oppoſe une réſiſtance conſtante A, à l'écoulement de ce fluide; ſoit A' la maſſe électrique du globe, réunie à ſon centre; ſoit δ la denſité électrique en p, l'on aura pour l'action totale avec laquelle le point p eſt repouſſé par le fluide électrique $\frac{A'\delta}{(R+x)^2} - \frac{\delta\, d\delta}{dx}$, quantité égale à la réſiſtance idio-électrique B, du fil que nous avons vu devoir être une quantité conſtante. L'on prend $d\delta$ négativement, parce que δ décroît à meſure que x augmente; mais nous prouverons, dans le Mémoire qui ſuivra celui-ci, que l'action du petit globe C électriſé, ſur le point P, eſt incomparablement plus petite que l'action de l'élément dx multiplié par l'incrément de δ; ainſi l'on peut, ſans erreur ſenſible, négliger le premier terme $\frac{A\delta}{(R+x)^2}$, & l'équation ſe réduira à $-\frac{\delta\, d\delta}{dx} = B$, qui, intégrée, donne $K - \frac{-\delta^2}{2} = Bx$. Mais lorſque

t une minute par le contact de l'air.

...RIQUE deux ...IONS.	FORCE MOYENNE entre deux OBSERVATIONS.	RAPPORT DE LA FORCE ÉLECTRIQUE perdue par le corps pendant 1 minute, à la force moyenne du corps.
$5^d \frac{1}{2}$; Baromètre, $28^P\ 3^l$.		
1.er ... 2.m	140	$\frac{1}{40}$.
2.m ... 3.m	120	$\frac{1}{33}$.
3.m ... 4.m	100	$\frac{1}{42}$.
4.m ... 5.m	80	$\frac{1}{40}$.
5.m ... 6.m	60	$\frac{1}{42}$.
$5^d \frac{1}{2}$; Baromètre, $28^P\ 4^l$.		
1.er ... 2.m	150	$\frac{1}{56}$.
2.m ... 3.m	130	$\frac{1}{61}$.
3.m ... 4.m	110	$\frac{1}{54}$.

PREMIÈRE TABLE *pour déterminer la quantité d'Électricité perdue pendant une minute par le contact de l'air.*

MOMENT de L'EXPÉRIENCE.	DISTANCE des BALLES.	TORSION du MICROMÈTRE.	TEMPS ÉCOULÉ entre DEUX OBSERVATIONS consécutives.	FORCE ÉLECTRIQUE perdue entre deux OBSERVATIONS.	FORCE MOYENNE entre deux OBSERVATIONS.	RAPPORT DE LA FORCE ÉLECTRIQUE perdue par le corps pendant 1 minute, à la force moyenne du corps.
Première Expérience le 28 Mai. Hygromètre, 75^d; Thermomètre, $15^d\frac{1}{2}$; Baromètre, $28^p\ 3^l$.						
Matin.						
1.er Essai .... $6^h\ 32'\ 30''$	30	120				
			$5\frac{3}{4}$	20	140	$\frac{1}{40}$
2.me Essai .... 6. 38. 15.	*idem*	100				
			$6\frac{1}{4}$	20	120	$\frac{1}{33}$
3.me Essai .... 6. 44. 30.	*id.*	80				
			$8\frac{1}{2}$	20	100	$\frac{1}{42}$
4.me Essai .... 6. 53. 0.	*id.*	60				
			10	20	80	$\frac{1}{40}$
5.me Essai .... 7. 3. 0.	*id.*	40				
			14	20	60	$\frac{1}{42}$
6.me Essai .... 7. 17. 0.	*id.*	20				
Seconde Expérience le 29 Mai. Hygromètre, 69^d; Thermomètre, $15^d\frac{1}{2}$; Baromètre, $28^p\ 4^l$.						
Matin.						
1.er Essai .... $5^h\ 45'\ 30''$	30	130				
			$7\frac{1}{2}$	20	150	$\frac{1}{56}$
2.me Essai .... 5. 53. 0.	*idem*	110				
			$9\frac{1}{2}$	20	130	$\frac{1}{61}$
3.me Essai .... 6. 2. 30.	*id.*	90				
			$9\frac{3}{4}$	20	110	$\frac{1}{54}$
4.me Essai .... 6. 12. 15.	*id.*	70				
			$20\frac{3}{4}$	30	75	$\frac{1}{58}$
5.me Essai .... 6. 33. 30.	*id.*	40				
			18	20	60	$\frac{1}{54}$
6.me Essai .... 6. 51. 0.	*id.*	20				
Troisième Expérience le 22 Juin. Hygromètre, 87^d; Thermomètre, $15^d\frac{3}{4}$; Baromètre, $27^p\ 11^l$.						
Matin.						
1.er Essai .... $11^h\ 53'\ 45''$	20	80				
			3	20	90	$\frac{1}{13\frac{1}{2}}$
2.me Essai .... 11. 56. 45.	*idem*	60				
			3	20	70	$\frac{1}{11}$
3.me Essai .... 11. 59. 45.	*id.*	40				
			$5\frac{1}{4}$	20	50	$\frac{1}{13\frac{1}{2}}$
4.me Essai .... 12. 5. 0.	*id.*	20				
			$11\frac{1}{4}$	25	28	$\frac{1}{13\frac{1}{2}}$
5.me Essai .... 12. 16. 15.	*id.*	5				
Quatrième Expérience le 2 Juillet. Hygromètre, 80^d; Thermomètre, $15^d\frac{3}{4}$; Baromètre, $28^p\ 2^l$.						
Matin.						
1.er Essai .... $7^h\ 43'\ 40''$	20	80				
			$5\frac{1}{3}$	20	90	$\frac{1}{14}$
2.me Essai .... 7. 49. 0.	*idem*	60				
			$8\frac{1}{3}$	20	70	$\frac{1}{19}$
3.me Essai .... 7. 57. 20.	*id.*	40				
			12	20	50	$\frac{1}{30}$
4.me Essai .... 8. 9. 15.	*id.*	20				
			$8\frac{1}{4}$	10	35	$\frac{1}{19}$
5.me Essai .... 8. 17. 30.	*id.*	10				

[S]outiens idio-électriques imparfaits.

[ÉLECT]RIQUE [entre d]eux [OBSERVATI]ONS.	FORCE MOYENNE entre deux OBSERVATIONS.	RAPPORT DE LA FORCE ÉLECTRIQUE perdue pendant 1 minute, à celle qui reste au corps.
......	.... 165....	.... $\frac{1}{14}$.
......	.... 130....	.... $\frac{1}{18}$.
......	.... 100....	.... $\frac{1}{25}$.
......	.... 70....	.... $\frac{1}{29}$.
......	.... 40....	.... $\frac{1}{42}$.
......	.... 25....	.... $\frac{1}{41}$.
......	.... 170....	.... $\frac{1}{23}$.
......	.... 150....	.... $\frac{1}{29}$.
......	.... 130....	.... $\frac{1}{44}$.
......	.... 110....	.... $\frac{1}{43}$.
......	.... 90....	.... $\frac{1}{53}$.
......	.... 70....	.... $\frac{1}{61}$.
......	.... 50....	.... $\frac{1}{58}$.
......	.... 38....	.... $\frac{1}{56}$.

SECONDE TABLE, *pour déterminer la perte de l'Électricité le long des soutiens idio-électriques imparfaits.*

MOMENT de L'EXPÉRIENCE.	DISTANCE des BALLES.	TORSION du MICROMÈTRE.	TEMPS ÉCOULÉ entre DEUX OBSERVATIONS consécutives.	FORCE ÉLECTRIQUE perdue entre deux OBSERVATIONS.	FORCE MOYENNE entre deux OBSERVATIONS.	RAPPORT DE LA FORCE ÉLECTRIQUE perdue pendant 1 minute, à celle qui reste au corps.
Première Expérience le 28 Mai.						
1.er Essai.... 10h 0' 0"	30	150				
			$2\frac{1}{2}$	30	165	$\frac{1}{14}$
2.me Essai.... 10. 2. 30.	*idem*	120				
			$5\frac{1}{2}$	40	130	$\frac{1}{18}$
3.me Essai.... 10. 8. 0.	*id.*	80				
			5	20	100	$\frac{1}{25}$
4.me Essai.... 10. 13. 0.	*id.*	60				
			$16\frac{1}{2}$	40	70	$\frac{1}{29}$
5.me Essai.... 10. 29. 30.	*id.*	20				
			21	20	40	$\frac{1}{42}$
6.me Essai.... 10. 50. 30.	*id.*	0				
			$16\frac{1}{2}$	10	25	$\frac{1}{41}$
7.me Essai.... 11. 7. 0.	*id.*	− 10				
Seconde Expérience le 29 Mai.						
1.er Essai.... 7h 34' 0"	30	150				
			2' 40"	20	170	$\frac{1}{23}$
2.me Essai .... 7. 36. 40.	*idem*	130				
			4. 50	20	150	$\frac{1}{29}$
3.me Essai .... 7. 41. 30.	*id.*	110				
			6. 50	20	130	$\frac{1}{44}$
4.me Essai .... 7. 48. 20.	*id.*	90				
			7. 25	20	110	$\frac{1}{43}$
5.me Essai.... 7. 55. 45.	*id.*	70				
			11. 45	20	90	$\frac{1}{53}$
6.me Essai.... 8. 7. 30.	*id.*	50				
			17. 30	20	70	$\frac{1}{61}$
7.me Essai.... 8. 25. 0.	*id.*	30				
			17. 30	15	50	$\frac{1}{58}$
8.me Essai.... 8. 42. 30.	*id.*	15				
			22. 30	14	38	$\frac{1}{56}$
9.me Essai.... 9. 5. 0.	*id.*	1				

$x = 0$, δ devient D égale à la denſité du globe, ainſi nous aurons l'équation générale $D^2 - \delta^2 = 2 . Bx$; & ſi dans cette équation, l'on fait $\delta = 0$, elle donnera la longueur x, où le fil commence à iſoler parfaitement, & l'on aura pour lors $x = \frac{D^2}{B}$: ainſi les longueurs de différens fils de ſoie, ou de ſoutiens quelconques idio-électriques imparfaits, ſont entr'eux, comme le carré des denſités; lorſqu'ils commencent à iſoler parfaitement, ainſi que nous l'avions trouvé par l'expérience, il eſt facile de voir, d'après la formule, que la courbe qui repréſente dans notre figure, la denſité de l'électricité pour chaque point du fil de ſoie, eſt une parabole dont l'axe eſt BA, dont le ſommet eſt en B, point où la denſité eſt nulle, & dont la concavité eſt tournée du côté de la balle; car, puiſque nous avons $(D^2 - \delta^2) = Bx$, que $AB = (\frac{D^2}{B})$, l'on aura $Bp = (\frac{D^2}{B} - x) = z$ ou $x = (\frac{D^2}{B} - z)$; ſubſtituant cette valeur de x, dans notre équation, l'on aura $(\delta^2 = Bz)$, équation à la parabole, dont le ſommet eſt en B, l'axe Bp, & dont le paramètre eſt B, quantité qui croît avec l'idio-électricité du ſoutien.

En réfléchiſſant ſur la théorie que nous venons de préſenter, il eſt facile de voir que la formule qui précède, détermine la diſpoſition du fluide électrique le long du ſoutien idio-électrique imparfait, en ſuppoſant que l'on a communiqué, comme nous l'avons fait dans nos expériences, une certaine doſe de fluide électrique au globe ſoutenu par la ſoie; parce que pour lors ce fluide ſe communiquant de proche en proche le long du ſoutien idio-électrique, ſe répandra juſqu'au point B, de manière que la répulſion du fluide ſoit dans tous les points exactement en équilibre avec le *maximum* de réſiſtance que la force coërcitive du ſoutien idio-électrique peut

opposer à l'écoulement de ce fluide. Mais il faut bien remarquer que comme ce *maximum* de résistance, est une force coërcitive & non active, que l'on peut comparer à la résistance d'un frottement; toute action répulsive du fluide électrique, moindre que le *maximum* de cette résistance, ne troublera point l'état de stabilité de ce fluide répandu suivant une loi quelconque, le long du soutien; en sorte que, si la ligne $A\ D$, qui représente dans la figure ci-jointe la densité du globe, reste constante, que l'on prolonge d'une quantité quelconque $B\ B'$, l'axe $A\ B$, & que l'on décrive une courbe de densité $D\ B'$ quelle qu'elle soit, pourvu que dans tous les points, $\frac{\delta\, d\, \delta}{d\, x}$ soit plus petit que B, le fluide électrique répandu le long de la ligne $A\ B'$, conservera son état de stabilité, sans couler d'un point à un autre; d'où l'on conclud qu'il y a toujours une infinité de courbes de densité $D\ B'$ qui satisfont également à l'état de stabilité du fluide électrique répandu le long d'un soutien idio-électrique imparfait, & que la recherche générale de la disposition du fluide électrique dans un corps idio-électrique imparfait, est un problème indéterminé, qui, pour devenir déterminé, a besoin d'être soumis à quelques conditions particulières. Ainsi dans la courbe $A\, D\, B$, que nous avons trouvée, article qui précède, représentée par la formule $(D^2 - \delta^2) = B\, x$, nous avions pour condition, que le *maximum* de la résistance idio-électrique étoit dans tous les points égal à la répulsion électrique; cette courbe, est en outre le cas particulier du problème général indéterminé, où l'axe $A\ B$ est un *minimum*. En effet, puisque dans toutes les autres courbes de densité, il faut que $\frac{\delta\, d\, \delta}{\partial\, x}$ soit plus petit que B, si dans la courbe $D\ B$ l'on faisoit varier un seul élément, pour que l'état de stabilité ne fût pas troublé en laissant $d\,\delta$ constant, il faudroit

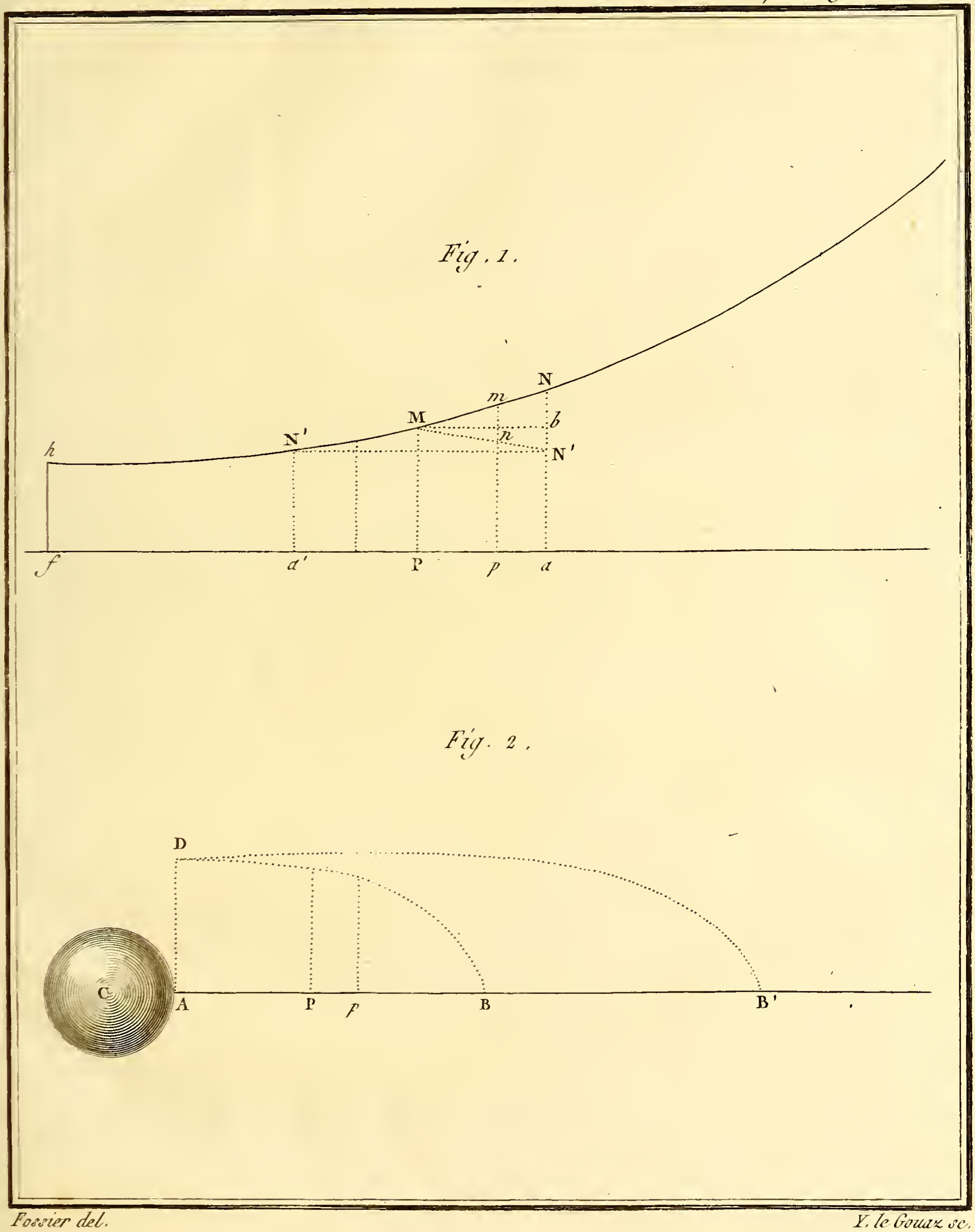
néceſſairement pour que $\frac{d\delta\delta}{\partial x}$ fût plus petit que B, augmenter la quantité ∂x, & alonger l'axe de la courbe.

Il réſulte encore de la théorie que nous venons d'expliquer, que dans tous les corps conducteurs où le fluide électrique ſe répand librement, la détermination de la denſité du fluide électrique pour un point quelconque, eſt un problème déterminé ; mais que pour les corps idio-électriques imparfaits, le problème eſt indéterminé, une de ſes limites étant cependant fixée par l'état du fluide électrique lorſqu'il eſt diſpoſé dans le corps idio-électrique imparfait, de manière que dans tous les points, l'action de ce fluide ſoit exactement en équilibre avec le *maximum* de réſiſtance, que la force coërcitive idio-électrique oppoſe, pour empêcher le fluide de couler d'un point à un autre.

Il eſt inutile d'avertir que d'après la théorie & les expériences qui précèdent, il faut dans pluſieurs cas prendre beaucoup de précautions lorſque l'on veut avoir la force électrique d'un petit corps iſolé par un ſoutien idio-électrique imparfait, & qu'il arrive ſouvent qu'après pluſieurs expériences, ſur-tout lorſque les premières ont été faites avec un degré de denſité électrique très-conſidérable, le ſoutien idio-électrique ſe trouve chargé d'une certaine quantité d'électricité, dont il ſe dépouille difficilement, qui influe ſenſiblement enſuite ſur les réſultats ; qu'à chaque expérience, il faut en même temps que l'on dépouille de ſon électricité le corps porté ſur le ſoutien, en dépouiller, autant qu'il eſt poſſible, le ſoutien idio-électrique lui-même; qu'il faut changer de ſoutien à chaque expérience, lorſque la denſité électrique que l'on communique eſt un peu forte; qu'enfin il faut toujours *être ſûr* que le ſoutien a une force de réſiſtance idio-électrique aſſez grande, pour que dans toutes les expériences, la quantité d'électricité dont il ſe chargera, ſoit beaucoup

plus petite que celle du corps conducteur dont on veut déterminer l'action.

Il eſt facile d'entrevoir que la théorie qui précède, peut être applicable au magnétiſme ; que dans une aiguille d'acier, par exemple, la diſpoſition du fluide magnétique pour tous les états de ſtabilité, eſt un problème indéterminé, qui ne devient déterminé que par les conditions à remplir. Ainſi, par exemple, ſi l'on demande la meilleure manière d'aimanter une aiguille d'inclinaiſon ou de déclinaiſon, le problème à réſoudre, conſiſte à donner au fluide magnétique de cette aiguille, parmi toutes les diſpoſitions dont il eſt ſuſceptible, ſans troubler ſon état de ſtabilité, celle où le *momentum* de la force directrice aimantaire du globe de la Terre ſur cette aiguille, eſt un *maximum*.



Fossier del.

Y. le Gouaz sc.

QUATRIÈME MÉMOIRE SUR L'ÉLECTRICITÉ,

Où l'on démontre deux principales propriétés du Fluide électrique :

La première, que ce fluide ne se répand dans aucun corps par une affinité chimique ou par une attraction élective, mais qu'il se partage entre différens corps mis en contact uniquement par son action répulsive ;

La seconde, que dans les corps conducteurs le fluide parvenu à l'état de stabilité, est répandu sur la surface du corps, & ne pénètre pas dans l'intérieur.

Par M. COULOMB.

I.

NOUS avons déterminé dans les trois Mémoires qui précèdent, la loi de répulsion du fluide électrique de même nature, & celle d'attraction des deux fluides électriques de différentes natures, & nous avons prouvé, par des expériences très-simples & qui paroissent décisives, que cette action étoit très-exactement en raison inverse du carré des distances. Nous avons également prouvé, par des expériences du même genre, que l'action, soit répulsive, soit attractive du fluide magnétique, suivoit la même loi. Dans le troisième Mémoire, nous avons déterminé suivant quelle loi la densité électrique d'un corps isolé décroissoit, soit par le contact de l'air plus ou moins humide, soit le long des soutiens idio-électriques lorsqu'ils n'ont pas une longueur

ſuffiſante; ce qui dépend principalement, ainſi que nous l'avons vu, du plus ou moins d'idio-électricité de ces ſoutiens, de leur plus ou moins d'affinité avec les vapeurs aqueuſes, de l'état de l'air, de la denſité du fluide électrique du corps iſolé, & de la groſſeur de ce corps.

II.

Nous nous ſervirons ici de la balance décrite dans notre premier Mémoire, imprimé dans le volume de 1785. Tout le changement que nous y avons fait, c'eſt de ſubſtituer à la bande de papier collée autour du cylindre qui renferme l'aiguille, & qui, diviſée en degrés, ſert à déterminer la diſtance des deux balles, un cercle de bois poſé ſur quatre piliers, dont le diamètre eſt à peu-près double de celui du cylindre : l'on place ce cercle de manière que ſon centre ſe trouve dans l'à-plomb du fil qui ſuſpend l'aiguille, & que la première diviſion de ce cercle réponde à l'alignement du fil de ſuſpenſion & du centre de la balle ſoutenue par l'aiguille, lorſque l'aiguille s'arrête naturellement, & que l'index du micromètre répond auſſi à la première diviſion du cercle du micromètre.

Nous devons cependant avertir que depuis la lecture du Mémoire que nous citons, & qui contient la deſcription de cette balance, nous en avons conſtruit pluſieurs autres d'une forme différente: la plus grande eſt carrée, elle a trente-deux pouces de côté, vingt pouces de hauteur, elle eſt fermée ſur les côtés par quatre glaces fixées par un enduit idio-électrique, dans des chaſſis très-légers de bois paſſés au four, enduits à chaud d'un vernis formé de gomme-laque & de térébenthine. Au-deſſus de la boîte, eſt une traverſe qui porte un cylindre vertical de verre de quinze pouces, ſurmonté d'un micromètre; un cercle placé en-dehors de cette boîte ſert à meſurer la diſtance des balles. Dans cette balance, l'on peut faire des expériences avec des globes électriſés de quatre à cinq pouces de diamètre : dans la première balance dont le cylindre n'a qu'un pied de diamètre, l'on

ne pouvoit employer que des globes tout au plus d'un pouce de diamètre. Mais il faut remarquer qu'il y a ici beaucoup de cas où les expériences en petit ſont plus déciſives que celles en grand, parce que l'attraction ou la répulſion du fluide électrique étant pour chaque élément, en raiſon inverſe du carré des diſtances, pour que les réſultats ſoient ſimples, il faut preſque toujours que la diſtance des corps dont on veut meſurer l'action réciproque, ſoit beaucoup plus grande que les dimenſions particulières de ces corps.

III.

PREMIER PRINCIPE.

Le fluide électrique ſe répand dans tous les corps conducteurs ſuivant leur figure, ſans que ce fluide paroiſſe avoir de l'affinité ou une attraction élective pour un corps préférablement à un autre.

J'AI ſuſpendu dans le trou de la balance, à la hauteur de la balle de l'aiguille, une petite balle de cuivre de huit lignes de diamètre, ſoutenue par un petit cylindre de gomme-laque. Le centre de cette balle étoit placé de manière qu'il répondoit à l'alignement du fil de ſuſpenſion, & de la première diviſion du cercle placé en dehors de la balance. La balle de l'aiguille qui touchoit contre la balle de cuivre, ſe trouvoit par-là éloignée de la poſition où la torſion eſt nulle, de la ſomme des demi-diamètres des deux balles en contact. 1.re Expérience.

L'on a électriſé les deux balles par le procédé décrit dans le premier Mémoire; l'aiguille a été chaſſée à peu-près vers 48 degrés. Au moyen du bouton du micromètre l'on a tordu le fil de ſuſpenſion de 120 degrés, pour ramener la balle de l'aiguille vers celle de cuivre, & l'on a attendu que l'aiguille ceſſa d'oſciller; elle s'eſt arrêtée

à 28 degrés : dans cet état, j'ai fait tout de ſuite toucher la balle de cuivre de huit lignes de diamètre par une balle de ſureau, exactement de la même groſſeur, ſoutenue par un petit cylindre de gomme-laque. En retirant la balle de ſureau, l'aiguille s'eſt rapprochée de la balle de cuivre; & pour la ramener à la première diſtance de 28 degrés, j'ai été obligé de détordre le fil; en ſorte que le micromètre, avant le contact, marquoit 120 degrés, qu'après le contact, il ne marquoit plus que 44 degrés.

2.me Expérience. Au lieu de la balle de cuivre, j'ai ſuſpendu dans le trou de la balance, au moyen d'un petit cylindre de gomme-laque, un cercle de fer de dix lignes de diamètre, dont le plan vertical paſſoit par le point zéro du cercle extérieur à la balance qui ſert à meſurer la diſtance des balles, & par le fil de ſuſpenſion de l'aiguille. Ayant enſuite, comme dans l'expérience précédente, électriſé la balle de l'aiguille & le plan de fer, la balle de l'aiguille a été chaſſée; j'ai tordu le fil de ſuſpenſion pour ramener l'aiguille vers le plan de fer, & au moyen de 110 degrés de torſion, l'aiguille s'eſt arrêtée à 30 degrés de ce plan. J'ai fait toucher tout de ſuite le cercle de fer par un petit cercle de papier qui étoit exactement du même diamètre, & après avoir retiré le cercle de papier, j'ai trouvé que pour que l'aiguille s'arrêtât ſur 30 degrés, il falloit réduire la torſion à un peu moins de 40 degrés.

IV.

Réſultat des deux Expériences.

DANS la première expérience, la balle de cuivre, avant le contact de la balle de ſureau, chaſſoit l'aiguille à 28 degrés, le micromètre marquant 120 degrés; ainſi la force de torſion étoit pour lors 148 degrés. Après que la balle de ſureau a eu touché la balle de cuivre, cette dernière a repouſſé l'aiguille à 28 degrés, le micromètre marquant ſeulement 44 degrés; en ſorte que la force de torſion

totale, égale à la force répulsive des deux balles étoit de 72 degrés; mais il y a eu à peu-près une minute d'intervalle entre les deux observations, & la force électrique diminuoit d'un cinquantième par minute le jour de cette expérience: ainsi la force totale de torsion auroit été à-peu-près de $73^d \frac{1}{2}$, si l'électricité n'eût pas diminué d'un cinquantième. Cette quantité ne diffère que d'un demi-degré, ou de $\frac{1}{147}$ de 74 degrés, moitié de la première force de torsion 148 qui mesure la répulsion électrique avant le contact; ainsi, puisque dans les deux observations, la distance des deux balles est exactement la même, & que l'action est en raison inverse du carré des distances & directe de densités du fluide électrique, il en résulte que la balle de sureau a pris exactement la moitié du fluide électrique de la balle de cuivre; ainsi la balle de métal n'a pas une affinité ou attraction élective pour le fluide électrique plus grande que celle de sureau.

Dans la seconde expérience, où le cercle de fer étoit touché par un cercle de papier exactement du même diamètre, le fluide électrique s'est encore partagé également entre les deux cercles. L'on a fait ces expériences avec des balles de différentes matières, on les a répétées dans la grande balance avec des globes de cinq ou six pouces, & l'on a toujours eu les mêmes résultats.

V.

Première Remarque.

Il faut observer que lorsque deux corps égaux & semblables mis en contact, sont parfaitement conducteurs comme tous les métaux, il ne faut qu'un seul instant inappréciable pour que l'électricité se partage également entre les deux corps. Mais lorsqu'un des deux est conducteur imparfait, tel par exemple que notre plan de papier, il faut souvent plusieurs secondes avant que le cercle de papier ait pris exactement la moitié du fluide électrique du cercle de métal,

ce qui dépend non-ſeulement de la qualité plus ou moins conductrice des deux corps, mais encore de leur étendue réciproque & de la manière dont ils ſont mis en contact. Dans le Mémoire qui précède, nous avons déjà tâché d'expliquer comment la force coërcitive des ſoutiens idio-électriques imparfaits ne permet au fluide électrique de s'étendre & de pénétrer que juſqu'à une certaine diſtance du corps conducteur chargé d'électricité.

VI.

Seconde Remarque.

Il faut encore obſerver, en répétant la ſeconde expérience, de placer dans le contact les deux cercles ſymétriquement, en ſorte, par exemple, que le limbe de l'un ne touche pas, en formant un angle, un point de la ſurface de l'autre, car pour lors le fluide électrique ſe partageroit d'une manière inégale entre les deux cercles: dans l'expérience précédente, je fais toucher le limbe d'un des cercles par le limbe de l'autre, en ayant ſoin de le tenir dans le même plan.

VII.

Deuxième Principe.

Dans un Corps conducteur chargé d'Électricité, le fluide électrique ſe répand ſur la ſurface du corps, mais ne pénètre pas dans l'intérieur du corps.

Les expériences deſtinées à prouver cette propoſition, exigent des électromètres beaucoup plus ſenſibles que tous ceux qui ſont en uſage. Voici celui dont je me ſers: l'on tire, en faiſant chauffer à une bougie, un fil de gomme-laque de la groſſeur à peu-près d'un fort cheveu; on lui donne dix à douze lignes de longueur; une de ſes extrémités eſt attachée au haut d'une petite épingle ſans tête, ſuſpendue

ſuſpendue à un fil de ſoie, tel que le donne le ver à ſoie; à l'autre extrémité du fil de gomme-laque, l'on fixe un petit cercle de clinquant de deux lignes à peu-près de diamètre : l'on ſuſpend ce petit électromètre dans un cylindre de verre; ſa ſenſibilité eſt telle, qu'une force d'un ſoixante millième de grain chaſſe l'aiguille à plus de 90 degrés Je donne à cet électromètre un foible degré d'électricité, de la nature de celle que je veux communiquer au corps qui doit être ſoumis aux expériences, & je le ſuſpends dans un cylindre de verre, pour le mettre à l'abri des courans d'air; cela fait, je place un corps ſolide, d'une figure quelconque, percé de pluſieurs trous qui ont peu de profondeur, ſur un ſupport idio-électrique qui l'iſole. Le corps que je vais ſoumettre aux expériences, eſt un cylindre de bois ſolide, de quatre pouces de diamètre, percé de pluſieurs trous de quatre lignes de diamètre & de quatre lignes de profondeur.

VIII.

JE poſe ce cylindre ſur un ſupport idio-électrique; au moyen de la bouteille de Leyde, ou du plateau métallique d'un électrophore, je lui donne une ou pluſieurs étincelles électriques. J'iſole à l'extrémité d'un petit cylindre de gomme-laque d'une ligne de diamètre, un petit cercle de papier doré d'une ligne & demie de diamètre. Expérience.

Premier eſſai. Le clinquant de l'électromètre étant électriſé, je fais toucher la ſurface du cylindre électriſé, par le petit cercle de papier doré, je le préſente à l'électromètre; l'aiguille de cet électromètre eſt chaſſée avec force.

Deuxième eſſai. Mais ſi j'introduis le petit cercle de papier dans un des trous du cylindre, & que je lui faſſe toucher le fond d'un de ces trous; que je le préſente enſuite au clinquant ſoutenu à l'extrémité de l'aiguille de l'électromètre, cette aiguille ne donnera aucun ſigne d'électricité.

IX.

Explication & résultat de cette Expérience.

Je fais toucher, dans le premier essai, le petit plan de papier doré à la surface du cylindre; comme ce plan n'a qu'un dix-huitième de ligne d'épaisseur, il devient une partie de la surface de ce cylindre, & prend par conséquent une quantité de fluide électrique, égale à celle que contient une partie de la surface égale à ce petit cercle. Dans cet essai, le petit cercle se trouve chargé d'une quantité d'électricité qui est non-seulement sensible à notre petit électromètre, mais dont on peut même mesurer exactement l'intensité, au moyen de notre balance électrique.

Dans le deuxième essai, nous faisons toucher le petit cercle de papier doré, au fond d'un des trous du cylindre, quatre lignes à peu-près au-dessous de la surface, ou à vingt lignes de son axe; en retirant avec soin ce petit cercle, sans qu'il touche au bord du trou, nous trouvons, en le présentant à l'aiguille de l'électromètre, ou qu'il ne donne aucun signe d'électricité, ou qu'il donne des signes très-foibles d'électricité contraire à celle du cylindre: il est donc clair que dans cette expérience il n'y a point de fluide électrique dans l'intérieur du corps, même très-près de sa surface.

Les signes d'électricité contraire, que l'on aperçoit seulement quelquefois, tiennent à ce que lorsque le petit cylindre de gomme-laque est introduit dans les trous, l'action électrique de la surface du corps électrisé donne, en dehors de ce corps, au fil de gomme-laque, une petite électricité d'une nature différente de la sienne, parce que ce petit fil de gomme-laque se trouve isolé dans sa sphère d'activité. La preuve que tout se passe ainsi, que ce petit degré d'électricité existe dans le fil de gomme-laque, & non dans le petit cercle de papier doré qui a été mis en

contact avec un point intérieur du corps, c'est que si l'on touche ce cercle, l'on ne détruit pas cette petite éléctricité, qui est toujours très-foible lorsque la gomme-laque est pure, & que l'air n'est pas très-humide.

X.

CETTE propriété du fluide électrique de se répandre sur la surface des corps conducteurs, & de ne point pénétrer dans l'intérieur de ces corps lorsque ce fluide est parvenu à l'état d'équilibre, est une conséquence de la loi de la répulsion de ses élémens, en raison inverse du carré des distances, loi que nous avons trouvée dans notre premier Mémoire: mais comme c'est l'expérience, & non la théorie, qui nous a conduits, nous avons cru devoir suivre la même marche dans l'exposé de nos recherches; voyons actuellement comme la théorie généralise le résultat annoncé par l'expérience.

X I.

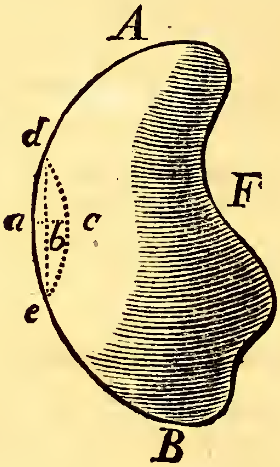
THÉORÈME.

TOUTES les fois qu'un fluide renfermé dans un corps où il peut se mouvoir librement, agit par répulsion dans toutes ses parties élémentaires, avec une force moindre que la raison inverse du cube des distances, telle que seroit, par exemple, l'inverse de la quatrième puissance; pour lors l'action de toutes les masses de ce fluide qui sont placées à une distance finie d'un de ses élémens, est nulle relativement à l'action des points de contact; c'est ce que nous avons prouvé dans une note de notre second Mémoire imprimé dans le volume de l'*Académie, 1785.* Ainsi, le fluide qui doit son électricité à cette loi de répulsion, se répandra uniformément dans le corps; mais toutes les fois que l'action répulsive des élémens du fluide qui produit son élasticité est plus grande que l'inverse du cube, telle, par exemple, que nous l'avons trouvée pour

l'électricité en raison inverse du carré des distances; pour lors, l'action des masses du fluide électrique placée à une distance finie d'un des élémens de ce fluide, n'étant pas infiniment petite relativement à l'action élémentaire des points en contact, tout le fluide doit se porter à la surface du corps, & il ne doit point en rester dans son intérieur.

Démonstration.

DANS un corps d'une figure quelconque *A a B*, que je suppose rempli de fluide dont les parties élémentaires agissent l'une sur l'autre en raison inverse du carré des distances, j'élève à un point *a* une normale *a b* infiniment petite; & par le point *b*, je fais passer un plan perpendiculaire à cette normale, qui divise le corps en deux parties, l'une infiniment petite *d a e b*, l'autre finie *d A F B e b*. Ainsi, en décomposant suivant *a b*, toutes les forces avec lesquelles la partie



infiniment petite *d a b e* agit sur le point *b*, elle doit faire équilibre à l'action résultante, suivant *b a*, de toute la masse du fluide répandu dans le corps *d A F B e*. Imaginons actuellement sur le plan *d b e*, de l'autre côté de *a*, une petite calotte *d c e* exactement égale à la calotte *d a e*, en prolongeant *a b* jusqu'en *c*, *c b* sera égale à *a b*. Mais si le fluide est répandu dans tout le corps, pour que la loi de continuité existe, il faut, puisque *a c* peut être diminué à l'infini, que la densité du fluide au point *c* soit égale à celle du point *a*, ou au moins n'en diffère que d'une quantité que l'on peut diminuer à l'infini. Ainsi, la seule petite masse de fluide électrique contenue dans la calotte *d c b e*, doit faire équilibre à celle contenue dans la calotte *d a e b*;

d'où il résulte que l'action de toute la masse de fluide qui seroit contenue dans le reste du corps doit être nulle; ce qui ne peut avoir lieu lorsque l'action des masses placées à une distance finie d'un point du fluide, n'est pas infiniment petite relativement à l'action d'un élément du corps en contact avec ce point, à moins que la densité de ces masses ne soit nulle. D'où résulte que dans l'état de stabilité du fluide électrique, tout ce fluide se portera à la surface du corps, & qu'il n'y en aura point dans l'intérieur.

La première partie du théorème, que le fluide doit se répandre uniformément dans le corps, lorsque l'action des élémens en contact est infinie relativement à l'action des masses finies qui sont à une distance finie de ces mêmes élémens, n'a pas besoin de démonstration.

XII.

Nous verrons dans un des Mémoires qui suivront celui-ci, quelle est la densité électrique de chaque point de la surface d'un corps, d'une figure donnée, & quel est l'état des particules idio-électriqnes de l'air immédiatement en contact avec ces surfaces.

MÉMOIRE
SUR LA STUCTURE DU CRISTAL DE ROCHE.

Par M. l'Abbé HAÜY.

20 Mai 1786.

LES diverſes configurations des molécules intégrantes, que la Nature emploie à la formation des criſtaux qui appartiennent aux différentes ſubſtances minérales, doivent néceſſairement apporter des changemens plus ou moins ſenſibles dans la manière dont ces molécules ſont aſſorties entr'elles. Cet aſſortiment paroît de plus ſubordonné à une loi, qui exige que toutes les forces correſpondantes des molécules, ſoient reſpectivement parallèles. Tant que ces molécules ſont des parallélipipèdes, on conçoit qu'elles doivent s'appliquer par leurs faces, de manière que ſi le contact étoit parfait, elles ne laiſſeroient aucun vide intermédiaire. Il y a encore pluſieurs formes qui ſe prêtent à cet arrangement, telles que celle du priſme droit triangulaire, celle du tétraèdre à plans triangulaires iſocèles, ſemblable à la molécule du grenat, &c. Mais les obſervations que préſente la ſtructure de certains criſtaux, lorſqu'on eſſaie de ſaiſir les joints naturels de leurs lames compoſantes, font préſumer que le mécaniſme de la criſtalliſation n'eſt pas limité aux ſeules formes capables de remplir exactement un eſpace autour d'un point donné. Il exiſte très-probablement d'autres formes qui, pour produire des corps réguliers, & ſatiſfaire aux loix que ſubit la criſtalliſation, doivent s'appliquer, tantôt par leurs bords, tantôt par certaines portions de leurs faces, en ſorte qu'il reſte entre elles des interſtices ou des vacuoles, dont les figures ſont ſimilaires comme celles des molécules elles-mêmes. J'ai déjà

CINQUIÈME MÉMOIRE SUR L'ÉLECTRICITÉ.

De la manière dont le fluide électrique se partage entre deux corps conducteurs mis en contact, & de la distribution de ce fluide sur les différentes parties de la surface de ces corps.

Par M. COULOMB.

I.

NOUS avons vu dans notre quatrième Mémoire sur l'électricité, imprimé dans le volume de l'Académie de 1786, que le fluide électrique se répandoit également dans tous les corps, pourvu qu'ils fussent de nature conductrice : ainsi un globe de métal étant touché par un globe de bois d'un égal diamètre, l'électricité se partage également entre les deux globes; l'expérience a donné ce résultat d'une manière incontestable.

Nous avons également vu dans le même Mémoire, que le fluide électrique dans l'état de stabilité se répandoit uniquement sur la surface des corps, sans pénétrer d'une manière sensible dans l'intérieur de ces corps. L'expérience a fait connoître cette loi, & la théorie a prouvé qu'elle étoit une suite de l'action répulsive ou attractive des molécules du fluide en raison inverse du carré des distances.

Nous allons actuellement chercher dans quels rapports le fluide électrique se partage entre deux corps inégaux de la même figure, ou d'une figure différente lorsque l'on met ces deux corps en contact, & quelle est la densité de ce fluide dans les différens points de la surface de chacun de ces corps, densité qui varie pour chaque point, suivant la figure du corps. Mais comme nous nous sommes souvent servi dans les expériences qui vont suivre, pour mesurer l'électricité, d'une

balance de torſion plus grande que celle qui eſt décrite dans notre premier Mémoire, il eſt néceſſaire d'en donner ici la figure & la deſcription.

La *figure 1*, *n.° 1*, repréſente cette nouvelle balance; la caiſſe *A B* eſt carrée & formée par quatre glaces de deux pieds de longueur ſur 15 à 16 pouces de hauteur; elle ſe poſe ſur une table ſéchée & enduite de vernis idio-électrique. Cette boîte eſt couverte par pluſieurs morceaux de glaces mobiles & formant une échancrure vers *c*, pour qu'on puiſſe y introduire le globe *a*, ſoutenu par un petit cylindre *a c* de gomme-laque; ce cylindre eſt terminé par un petit bâton cylindrique ſéché au four & enduit de gomme-laque, qui paſſe par un trou du ſoutien *c d*, dans lequel il eſt arrêté par une vis; ce ſoutien deſtiné à introduire le globe *a* dans la balance, ſe voit plus en détail *fig. 3*: le chaſſis 1, 2, 3, 5, ſert à porter le tuyau vertical 6, 7. Ce tuyau de 12 à 15 pouces de hauteur eſt de verre; à l'extrémité de ce tuyau en 7, eſt placé le micromètre de torſion qui ſe voit en détail *fig. 2*, *n.° 1 & n.° 2*.

Le cercle 3, 4, 0, qui tient au chaſſis, forme une demi-circonférence, ayant à peu-près 4 pieds de diamètre; il eſt diviſé en 90 degrés, à partir de ſon milieu 0; ſon centre répond à l'aplomb 7, 8, qui ſoutient la pince 8, 9; à cette pince eſt attaché horizontalement un fil de gomme-laque 8 *b*, terminé en *b* par un petit plan de papier doré.

La *figure 1*, *n.° 2*, repréſente une balance du même genre, mais encore plus ſimple; elle a pour baſe, *fig. 1, n.° 3*, un cadre de bois ſéché au four, dans lequel l'on voit en *a* & *b* deux mortoiſes qui ſoutiennent le chaſſis vertical. On a tracé ſur ce cadre une rainure 1, 2, 3, 4, qui doit recevoir les quatre glaces verticales qui forment la boîte de la balance de torſion; 5, 6, 7, 8, repréſente le vide du cadre que l'on ferme, ſoit avec une glace, ſoit avec un petit cadre garni en taffetas enduit d'un vernis idio-électrique.

A la place du cercle 3, 4, 0, de la *figure 1, n.° 1*, l'on colle ſur une des glaces *fig. 1, n.° 2*, une bande de papier

1, 2, divisée en degrés, depuis son point du milieu o, jusqu'à ses extrémités, suivant la tangente d'un cercle qui a son centre dans l'aplomb *f k*. Les quatres verres qui forment la boîte, sont garnis tout autour avec des rubans de soie qui y sont collés, & auxquels l'on a attaché d'autres petits rubans, pour pouvoir lier entr'eux ces verres & les démonter à volonté. Le tuyau de verre *e f*, garni d'une petite boîte de bois en *e*, se monte à vis sur la traverse *b c*, ainsi que toutes les parties de la machine.

La *figure 2, n.° 1*, représente en perspective les différentes parties du micromètre de cuivre placé au haut du tuyau. La *fig. 2, n.° 2*, représente une coupe verticale de ce micromètre; il est composé de plusieurs pièces: 1.° d'un tuyau de cuivre, 1, 2, 3, 4, dans lequel entre d'abord l'anneau 5, 6, qui repose sur un bourlet de ce tuyau; cet anneau n'a qu'une simple division *o f*, répondant & divisée en 5 degrés. Le cercle 7, 8, qui forme le chapeau du micromètre, est divisé de 5 en 5 degrés sur toute sa circonférence. Dans ce chapeau entre *fig. 2, n.° 2*, la tige 9, 10 qui pince en 10 le fil de suspension 10, 11; cette pince peut tourner à frottement assez fort dans un anneau du chapeau, & sert à diriger à peu-près vers le point *o* l'aiguille *k e*, *fig. 1, n.° 2*. Quand on veut mettre la balance en état d'opérer, l'on observe, en alignant par le fil de suspension & par le plan *e* de papier doré attaché verticalement, à quelle distance du point *o* répond l'aiguille; si elle répondoit par exemple à 5 degrés, en tournant le chapeau de 5 degrés, l'on sera sûr de faire coïncider la direction de l'aiguille au point *o*: l'on ramène ensuite le point *o*, *fig. 2, n.° 1*, du cercle 5, 6, sur lequel nous avons dit qu'il y avoit une division *o f* de 5 degrés au point *o* du chapeau 7, 8, divisé de 5 en 5 degrés; pour lors l'anneau 5, 6, & le chapeau 7, 8. qui sont placés, *fig. 2, n° 2*, à une distance très-petite l'un de l'autre, & seulement suffisante pour ne pas se toucher, peuvent se mouvoir indépendamment l'un de l'autre; ainsi le point *o* restant immobile dans le cercle 5,6,

dans le temps que l'on tourne le chapeau 7, 8, l'angle de torſion du fil de ſuſpenſion ſera meſuré par l'angle de rotation du chapeau, plus, par la diſtance de l'aiguille au point *o*, lorſque le plan *b* de cette aiguille, *fig. 1, n.° 1*, ſera électriſé & repouſſé par le globe *a* également électriſé. Nous nous ſervons dans cette balance pour ſuſpendre l'aiguille, d'un fil de cuivre numéroté 12 dans le commerce. Nous avons fait voir en 1784, dans les Mémoires de l'Académie, que cette eſpèce de fil avoit un très-grand degré d'élaſticité, & il ſeroit préférable dans les petites expériences au fil d'argent, ſi l'on pouvoit le tirer auſſi fin.

I I.

Nous avons employé deux méthodes pour déterminer la manière dont le fluide électrique ſe partage entre deux corps mis en contact.

La première conſiſte à placer le corps électriſé dans la balance électrique, après avoir électriſé de la même nature d'électricité le petit cercle de papier doré placé à l'extrémité de l'aiguille. L'on ramène enſuite, au moyen du micromètre de torſion, l'aiguille qui eſt repouſſée par l'action électrique, à une diſtance quelconque du corps électriſé, l'angle de torſion donné par le micromètre, plus, la diſtance de l'aiguille au point *o*, meſurera à cette diſtance des deux corps, l'action répulſive qu'ils exercent l'un ſur l'autre. L'on fait enſuite toucher le corps électriſé placé dans la balance, au corps avec lequel l'on veut qu'il partage ſon électricité; & en détordant, au moyen du micromètre, le fil de ſuſpenſion, l'on ramène l'aiguille à la diſtance du corps placé dans la balance qui avoit été obſervée à la première opération. L'angle de torſion meſuré au micromètre, plus, la diſtance de l'aiguille au point *o*, meſurera la quantité d'électricité qui a été laiſſée au corps placé dans la balance par le corps qu'on lui a mis en contact. En effet, la diſtance eſt la même entre l'aiguille & le globe électriſé dans la première & la deuxième obſervation, mais l'action

l'action de chaque élément du fluide électrique est, ainsi que nous l'avons prouvé dans les Mémoires qui précèdent, en raison inverse du carré des distances, & directe des densités : ainsi, comme ici les distances sont les mêmes dans les deux opérations, l'action répulsive mesurée par l'angle de torsion, sera proportionnelle à la quantité de fluide électrique.

Dans cette opération, à moins que le temps ne soit très-sec, il faut avoir égard à la quantité de l'électricité qui se perd dans l'intervalle des observations.

I I I.

La méthode qui précède, nous donne en masse le rapport des quantités d'électricité partagées entre les deux corps; mais lorsque je veux avoir la densité électrique dans chaque point d'un corps conducteur, voici la méthode que je suis.

L'on se sert de la petite balance décrite en 1785, dans les Mémoires de l'Académie, ou bien l'on substitue un fil d'argent très-fin dans la balance, *fig. 2, n.° 1,* au fil de cuivre qui soutient l'aiguille *k e*. La force de torsion du fil d'argent dont je me sers, n'est guère que le trentième de celle du fil de cuivre numéroté 12 dans le commerce.

L'on tire ensuite, *fig. 3,* un fil de gomme-laque *c d e*, en faisant fondre à la bougie un petit morceau de gomme-laque très-pure; ce fil de gomme-laque de la grosseur à peu-près d'un gros crin, forme un angle en *d*; l'on attache en *e* verticalement un plan *e* de papier doré.

Après avoir électrisé le plan de l'aiguille par les moyens indiqués en 1785, l'on électrise le corps, & l'on fait ensuite toucher le plan de papier *e*, soutenu par le fil de gomme-laque & la pince *b A*, au point du corps dont on veut avoir la densité; l'on place ensuite ce petit plan dans la balance, en ayant soin dans les observations que l'on veut comparer, de le mettre toujours au même point, ce qui est facile, en fixant des points de repaires sur le couvercle de la balance, pour poser toujours très-exactement *b A* dans le même endroit. Comme le petit plan *e* n'a

ordinairement que 5 ou 6 lignes de diamètre, & qu'un dix-huitième de ligne d'épaiſſeur, il ſe confond dans le contact avec la ſurface qu'il touche; ainſi dans le contact il prend ou la denſité du point de la ſurface qu'il touche, ou au moins une denſité proportionnelle à celle de ce point; ainſi en le faiſant toucher ſucceſſivement à différens points du corps, & le préſentant après chaque contact à l'aiguille, ramenant toujours l'aiguille au même point, l'on aura le rapport des denſités des différens points touchés.

Dans la comparaiſon des obſervations qui ſe ſuccèdent, il faut avoir égard à la perte de l'électricité par le contact de l'air; mais l'on ſupplée facilement à cette correction, ſi l'on compare toujours deux points par trois opérations faites à des intervalles de temps à peu-près égaux : voici la méthode dont je me ſers pour comparer deux points. Je touche d'abord un des points, & j'en détermine la denſité en plaçant dans la balance le petit plan de papier qui a touché; je touche dans la ſeconde opération le point dont je veux comparer la denſité à celle du premier, j'en détermine la denſité; je touche à la troiſième opération le premier point dont j'ai déterminé la denſité à la première opération; j'en détermine de nouveau la denſité, que je trouve moindre qu'à la première opération, parce que l'électricité a été diminuée dans l'intervalle par le contact de l'air; mais en prenant une quantité moyenne entre les deux denſités trouvées à la première & troiſième obſervations, j'ai la meſure de ſa valeur au moment de la ſeconde obſervation, moment où j'ai déterminé la denſité du ſecond point que je veux comparer au premier.

Dans cette ſeconde méthode, qui eſt en général la plus commode, la plus ſimple & peut-être la plus exacte pour comparer la denſité électrique des différens points d'un même ou de différens corps, qui n'exige d'ailleurs que des balances de torſion d'un petit volume, il ſe préſente quelquefois une difficulté pratique qui troubleroit tous les réſultats, ſi l'on n'en étoit pas prévenu; c'eſt que les fils

de gomme-laque ne ſont pas parfaitement impénétrables à l'électricité; qu'ils le ſont moins les jours humides que les jours très-ſecs; qu'ils le ſont encore plus ou moins ſuivant la nature de la gomme-laque: la moins claire eſt généralement plus impénétrable à l'électricité que l'autre. Cette première tirée en fil de la groſſeur d'un gros crin, doit encore être éprouvée en la faiſant toucher par ſa pointe *e* où l'on veut attacher, *fig. 3*, le petit plan *e*, à un corps électriſé; on la préſente enſuite à l'aiguille de la balance également électriſée. Si l'extrémité de ce fil paroît chaſſer l'aiguille ſenſiblement, il faut le rejeter & n'employer que les fils de gomme-laque qui, après avoir touché un corps électriſé, n'ont aucune action ſenſible ſur l'aiguille de la balance. L'on ſent que le motif de cette obſervation tient à ce que, lorſque l'électricité a pénétré le fil de gomme-laque, il ne s'en dépouille enſuite que très-difficilement: ainſi dans la comparaiſon de deux opérations ſucceſſives où le petit plan de papier doré aura d'abord touché un point électriſé fortement, ſi dans une ſeconde opération l'on fait toucher ce plan à un point foiblement électriſé, le fil de gomme-laque conſervera une partie de la première électricité dont il aura été pénétré, & l'action ſera plus grande que celle qui ſeroit ſeulement dûe à la denſité communiquée dans le deuxième contact au plan de papier doré. Ainſi toutes les fois que l'on peut employer des grandes ſurfaces pour meſurer la denſité des différens points d'un corps, il faut les préférer; l'on en verra pluſieurs exemples dans la ſuite de ce Mémoire.

IV.

PREMIÈRE SECTION.

De la manière dont le fluide électrique ſe partage entre deux globes de différens diamètres mis en contact.

L'ON a placé dans la grande balance, *fig. 1, n.° 1*, dont l'aiguille eſt ſoutenue par un fil de cuivre numéroté 12 dans PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

le commerce, un globe électrisé de six pouces trois lignes de circonférence; l'on a observé la force de torsion qu'il falloit employer pour ramener l'aiguille à trente degrés de distance de ce globe; l'on a fait tout de suite toucher ce premier globe à un autre globe de vingt-quatre pouces de circonférence, & en ramenant l'aiguille au même point, l'on a de nouveau observé la force de torsion : voici le résultat de cette expérience.

Premier Essai. Le globe placé dans la balance, chassoit l'aiguille à 30^d avant le contact, avec une force de torsion de.................................. 145^d

Le même globe, après son contact avec le gros globe, chassoit l'aiguille à 30^d avec une force de torsion de.. 12.

Deuxième Essai. Le même globe, avant le contact, chassoit l'aiguille à une distance de 30^d avec une force de 145^d

Après le contact, avec une force de........ 12.

Troisième Essai. Avant le contact, l'aiguille étoit chassée à 26^d avec une force de...................... 259^d

Après le contact, avec une force de......... 21.

Quatrième Essai. Avant le contact, l'aiguille étoit chassée à 22^d avec une force de torsion de............ 255^d

Après le contact, avec une force de......... 21.

Cinquième Essai. Avant le contact, le globe chassoit l'aiguille à 18^d avec une force de............. 231^d

Après le contact, avec une force de......... 19.

Résultat de cette expérience.

Les deux globes mis en contact, ayant l'un six pouces un quart de circonférence, l'autre vingt-quatre pouces, le rapport de leur surface est à peu-près : : 14,8 : 1,0 ; mais chaque essai a été exécuté dans moins d'une minute, & l'électricité ne diminuoit que d'un quarantième par minute

le jour de cette expérience. Pour pouvoir comparer à préſent la quantité d'électricité qu'a conſervé le petit globe après le contact avec celle qu'il a perdue, ou ce qui revient au même, qu'il a communiquée au gros globe par le contact, il faut obſerver, comme nous l'avons déjà dit plus haut, que dans chaque eſſai, la diſtance du centre du globe placé dans la balance, & du plan de papier doré fixé verticalement à l'extrémité de l'aiguille de la balance, eſt la même dans les deux obſervations avant & après le contact; qu'ainſi l'action du globe, ſur un point électrique placé en dehors de ce globe, étant meſurée par l'inverſe du carré des diſtances de ce centre & la raiſon directe des quantités d'électricité répandues ſur la ſurface du globe; puiſque la diſtance eſt la même dans les deux obſervations conſécutives de chaque eſſai; l'action du globe ſur le plan de l'aiguille, ſera proportionnelle aux quantités d'électricité que contient le globe avant & après le contact; mais cette action étant proportionnelle à l'angle de torſion, il en réſulte que la quantité d'électricité que contient le petit globe avant & après le contact, eſt proportionnelle à l'angle de torſion.

Dans le premier eſſai, la force de torſion pour une diſtance de 30^d entre l'extrémité de l'aiguille & le centre du globe eſt, avant le contact, de 145^d; elle eſt réduite à 12^d après le contact: ainſi pour avoir la quantité d'électricité qu'a pris le gros globe, il faut retrancher 12^d de 145. Il en réſultera que dans le contact, le globe de vingt-quatre pouces de circonférence a pris une maſſe d'électricité meſurée par 133^d; & n'en a laiſſé au petit globe qu'une meſnrée par 12^d: ainſi les quantités de l'électricité partagées entre ces deux globes ſont très-approchant :: 11,1 : 1,0.

En ſuivant le même procédé, l'on trouvera ce rapport preſque exactement le même pour tous les autres eſſais.

Mais les ſurfaces des deux globes mis en contact, ſont entr'elles dans le rapport de 14,8 à 1,0; ainſi les deux globes mis en contact ne ſe chargent pas de fluide électrique dans un rapport auſſi grand que leurs ſurfaces. Si

d'après cette expérience l'on veut déterminer le rapport de la denſité du fluide électrique qui ſe répand, après le contact, uniformément ſur la ſurface des deux globes, ſans pénétrer dans l'intérieur des deux globes, ainſi que nous l'avons prouvé dans notre quatrième Mémoire, il faut diviſer le rapport des ſurfaces des deux globes par le rapport des quantités d'électricité qu'ils contiennent ; ainſi le rapport des ſurfaces étant : : 14,8 : 1,0, & celui des quantités de fluide électrique : : 11,1 : 1,0, la denſité moyenne du fluide électrique répandu après le contact ſur la ſurface du petit globe, ſera à celle du gros globe : : 14,8 : 11,1.

Pour le prouver, ſoit S la ſurface du gros globe, Q la quantité de fluide électrique répandue ſur ſa ſurface après le contact, D la denſité de ce fluide.

Soit S' la ſurface du petit globe, Q' ſa quantité de fluide électrique, D' ſa denſité, l'on aura

$$D' = \frac{Q'}{S'}, \text{ \& } D = \frac{Q}{S} \text{ ; ainſi } \frac{D'}{D} = \frac{Q'S}{S'Q}.$$

Dans notre expérience, $\frac{Q'}{Q} = \frac{1,0}{11,1}$, & $\frac{S}{S'} = \frac{14,8}{1,0}$; ainſi $\frac{D'}{D} = \frac{14,8}{11,1} = 1,33$.

Nous négligeons ici la quantité d'électricité perdue à chaque eſſai d'une obſervation à l'autre; elle n'étoit guère que d'un cinquantième le jour où cette expérience a été faite, parce que chaque obſervation ne duroit que 50 ſecondes, & que l'électricité des globes ne diminuoit pas tout-à-fait d'un quarantième par minute.

V.

SECONDE EXPÉRIENCE.

L'ON a voulu comparer dans cette expérience, la quantité d'électricité que prend un globe de onze pouces & demi de tour, mis en contact avec un globe de ſix pouces un quart de tour, placé dans la balance au même point, avant & après le contact, comme dans l'expérience qui précède.

Premier eſſai. Le globe de ſix pouces un quart de circon-

férence, électrisé & placé dans la balance, chasse, avant le contact, le plan de l'aiguille à 27 degrés, avec une force de torsion de........................... 170^d

Après le contact, avec une force de....... 42.

Deuxième essai. Avant le contact, il chasse l'aiguille à 26 degrés, avec une force de torsion de...... 169^d

Après le contact, avec une force de......... 41.

VI.

Résultat de cette Expérience.

DANS cette expérience, l'on compare deux globes dont les surfaces sont entr'elles :: 3,36 : 1.

En calculant les deux essais, l'on trouve qu'après le contact, la masse du fluide électrique du gros globe est à celle du petit,

Par le premier essai, :: ...... 3,05 : 1,00,
Par le deuxième essai, :: ...... 3,12 : 1,00.

6,17,

ce qui donne pour le rapport moyen 3,08 : 1,00.

Ainsi par un calcul analogue à celui qui termine le *précédent article,* l'on trouvera la densité du petit globe à la densité du gros globe :: 3,36 : 3,17, :: 1,06 : 1.

Ainsi dans cette expérience où les surfaces sont à peu-près dans le rapport de $3\frac{1}{3}$ à 1, les densités électriques diffèrent très-peu entr'elles.

VII.

LORSQUE le globe que l'on veut comparer est très-petit relativement à celui avec lequel on le met en contact, pour lors la quantité de fluide électrique qui reste au petit globe après le contact, est presque insensible; & à moins que l'air ne soit très-sec, que les soutiens ne soient très-idio-électriques, & que l'on n'ait chargé le petit globe,

avant ſon contact, d'une électricité très-denſe, l'on ne peut évaluer qu'à peu-près par la méthode qui précède, ſuivant quels rapports le fluide électrique ſe partage entre les deux globes. Voici dans ce cas le moyen dont j'ai fait uſage: j'électriſe le gros globe placé *(fig. 4)* hors de la balance, ſur un ſoûtien idio-électrique; après avoir également électriſé le plan de l'aiguille, je fais toucher le petit globe au gros globe électriſé; je préſente ce petit globe à l'aiguille de la balance, & je rapproche cette aiguille du petit globe, en tordant le fil de ſuſpenſion que l'on choiſit très-fin & très-ſenſible. Je détermine dans cette première obſervation la diſtance de l'aiguille au petit globe, & la force de torſion qui la retient à cette diſtance. L'on ſort enſuite le petit globe de la balance, l'on détruit ſon électricité en le touchant avec le doigt; l'on le fait enſuite toucher vingt fois de ſuite, plus ou moins, au gros globe, en détruiſant l'électricité du petit globe après chaque contact, excepté au vingtième, où l'on replace le petit globe dans la balance, au même point où il étoit à la première obſervation. L'on ramène alors l'aiguille, en tordant le fil de ſuſpenſion, à la même diſtance du globe que dans la première obſervation; l'on obſerve cet angle de torſion, & l'on réduit l'obſervation, en tenant compte dans le réſultat, de la quantité d'électricité qui ſe feroit naturellement perdue par le ſeul contact de l'air, d'une obſervation à l'autre.

VIII.

TROISIÈME EXPÉRIENCE.

L'ON a fait toucher le globe de huit pouces, électriſé & placé hors de la balance, ſur l'iſoloir *(fig. 4)*, par un petit globe à peu-près d'un pouce. Les ſurfaces calculées d'après les meſures les plus préciſes que l'on ait pu prendre, étoient à peu-près : : 62 : 1; l'aiguille de la balance étoit ſuſpendue avec un fil d'argent dont la force de torſion ſous le même angle n'étoit guère que la ſoixantième partie de celle du fil de cuivre numéroté *12* dans le commerce.

Eſſai. Le gros globe étant électriſé après un premier contact,

contact, le petit globe placé dans la balance a chassé l'aiguille à 44 degrés de distance du centre de ce globe, avec une force de torsion de . . . . 244^{d}.

Après vingt contacts, à chacun desquels l'on avoit détruit l'électricité, excepté au dernier, l'aiguille a été chassée à 44 degrés, avec une force de torsion de . . . . 126^{d}.

Continuant la même expérience, après vingt nouveaux contacts, l'aiguille a été chassée à 44 degrés, avec une force de . . . . 66^{d}.

Résultat de cette Expérience.

La force de torsion est proportionnelle à la quantité de fluide électrique dont étoit chargé le petit globe à chaque fois qu'on l'a présenté dans la balance, puisqu'il a toujours été, au moment de chaque observation, placé à la même distance de l'aiguille: cette force étoit d'abord de 244 degrés, qui se réduisoit à 126 degrés après vingt contacts; ainsi la diminution de l'électricité occasionnée par ces vingt contacts, étoit de $244 - 126 = 118$.

Ainsi 118 degrés représentent la perte occasionnée par les vingt contacts; ainsi pour déterminer la quantité d'électricité que prenoit le petit globe dans un contact moyen, il faut diviser 118 par 20, ce qui donnera approchant la quantité d'électricité que prenoit le petit globe à un contact moyen, c'est-à-dire, à peu-près vers le dixième contact: mais pour lors la force de répulsion mesurée dans la balance, devoit être à peu-près moyenne entre celles des deux observations, c'est-à-dire, qu'elle devoit être égale à $\frac{244 + 126}{2} = 185$.

Ainsi le rapport entre la quantité d'électricité du gros globe & celle du petit, après un contact, sera :: $185 : \frac{118}{20} = 31,4$: mais il faut remarquer que d'une observation à l'autre, dans le temps nécessaire pour les vingt contacts, l'électricité du gros globe diminuoit à peu-près

d'un huitième ou de $\frac{4}{32}$; ainſi, puiſque nous venons de trouver la diminution occaſionnée par chaque contact, de $\frac{1,0}{31,4}$, il en réſulte que la diminution $\frac{4}{32}$ occaſionnée par le contact de l'air, étoit à peu-près équivalente à quatre contacts; ainſi dans la réduction des obſervations, il faut compter ſur vingt-quatre contacts au lieu de vingt, ce qui donnera pour le rapport corrigé entre les quantités d'électricité du gros globe & du petit globe, 185 : $\frac{118}{24}$: : 37,6 : 1,00.

Mais puiſque nous avons prouvé que l'électricité eſt répandue uniquement ſur la ſurface des corps, & que le rapport des ſurfaces eſt : : 62 : 1, il réſulte d'un calcul analogue à celui de la fin de l'*article 4*, que la denſité du petit globe eſt à celle du gros globe, : : 62 : 37,6 : : 1,65 : 1,00.

I X.

POUR compléter cette recherche, j'ai fait toucher alternativement le globe de huit pouces de diamètre, par un globe d'un pouce de diamètre & par un petit globe dont le diamètre calculé d'après ſon poids, n'étoit que de deux lignes. En plaçant ſucceſſivement ces deux globes dans la balance, j'ai trouvé que la denſité du fluide électrique ſur la ſurface du globe de deux lignes de diamètre, étoit plus grande que ſur la ſurface du globe d'un pouce, mais qu'elle n'étoit pas tout-à-fait double de celle ſur la ſurface du globe de huit pouces de diamètre. Dans cette expérience, le diamètre du globe de huit pouces eſt à celui de deux lignes : : 48 : 1 ; les ſurfaces ſont par conſéquent : : 2304 : 1 ; les denſités ſur les ſurfaces ſont du petit au grand : : 2 : 1 ; ainſi ce rapport 2 à 1, peut être regardé comme la limite du rapport de la denſité électrique moyenne de deux globes, que l'on ſépare après les avoir mis en contact.

Dans la ſuite de ce Mémoire, nous verrons que lorſque l'on fait toucher la ſurface d'un globe par un très-

petit plan, ce petit plan, au moment de la ſéparation, prend une quantité d'électricité double de celle de la ſurface du globe qu'il vient de toucher. Le plan de papier doré dont nous nous ſervons pour cette expérience, n'a qu'un dix-huitième de ligne d'épaiſſeur; il eſt facile de ſentir, & la théorie démontrera par la ſuite l'analogie de ces deux effets.

X.

Remarque.

L'on pourroit calculer rigoureuſement la quantité d'électricité qui ſe partage à chaque contact entre le globe de huit pouces de diamètre & celui d'un pouce que nous venons, *art. 8*, de déterminer par approximation, en prenant des quantités moyennes.

Que A ſoit la quantité d'électricité que contient à ſa ſurface le globe de huit pouces de diamètre; que le globe d'un pouce, au moment du contact, lui enlève une portion $\frac{A}{n}$, la quantité de fluide électrique qui reſtera au gros globe après le premier contact, ſera

$$\left(A - \frac{A}{n}\right) = \frac{n-1}{n} A;$$

au ſecond contact elle ſera $\left(\frac{n-1}{n}\right)^2 . A$,

& au vingtième contact elle ſera $\left(\frac{n-1}{n}\right)^{20} . A$.

Mais nous venons de voir tout-à-l'heure qu'il falloit compter ſur vingt-quatre contacts, au lieu de vingt, à cauſe de la quantité d'électricité perdue par le contact de l'air d'une obſervation à l'autre; ainſi, ſi nous calculons tout de ſuite de la première à la troiſième obſervation, il faut compter ſur vingt-quatre contacts de la première à la ſeconde, & ſur à peu-près vingt-cinq de la ſeconde à la troiſième, parce qu'elle a duré un peu plus que la première. Ainſi de la première juſqu'à la fin de la troiſième obſervation,

il faut compter ſur quarante-neuf contacts, & comme nous avons à la première obſervation $A = 244$, qui ſe réduit à 66 à la fin de la troiſième obſervation, nous aurons l'équation

$$\left(\frac{n-1}{n}\right)^{49} \cdot 244 = 66 \text{ ou } \frac{n}{n-1} = \left(\frac{244}{66}\right)^{\frac{1}{49}} \cdot = 1{,}027;$$

$$\text{ainſi } n = \frac{1027}{27} = 38{,}04.$$

Mais il faut remarquer que la quantité de fluide électrique du gros globe étant A, a été réduite par le contact à

$$A\left(\frac{n-1}{n}\right),$$

dans le temps que le petit globe a pris une portion

$$\left(\frac{A}{n}\right);$$

ainſi les quantités de fluide électrique partagées entre les deux globes, ſont entr'elles $:: n - 1 : 1 :: 37{,}04 : 1$; & les ſurfaces étant $:: 62 : 1$, la denſité du fluide électrique ſur la ſurface du petit globe, ſera à la denſité du fluide électrique ſur la ſurface du gros globe

$$:: \frac{62{,}00}{37{,}04} : 1,$$

$:: 1{,}67 : 1$. Nous avions trouvé par approximation pour ce rapport $1{,}65 : 1$, qui n'en diffère pas ſenſiblement.

X I.

Réſultat général.

En prenant une valeur moyenne entre les réſultats de beaucoup d'expériences faites ou par la méthode précédente, ou en faiſant toucher alternativement les deux globes par un petit plan circulaire de cinq lignes, ainſi que nous l'avons expliqué, *art. 3*, nous avons formé la table ſuivante, qui repréſente la manière dont le fluide électrique ſe partage entre deux globes de différens diamètres.

RAPPORT DES RAYONS.	RAPPORT entre l'étendue DES SURFACES.	RAPPORT DE LA DENSITÉ ÉLECTRIQUE entre le petit & le gros globe.
1	1	1
2	4	1,08
4	16	1,30
8	64	1,65
∞	∞	2,00

Il faut obſerver que cette table indique ſeulement le rapport des denſités du fluide électrique, lorſqu'après avoir ſéparé les deux globes, le fluide électrique ſe répand uniformément ſur leur ſurface : nous allons voir tout à l'heure que tout le temps que les globes ſont réunis, il s'en faut de beaucoup que le fluide électrique ne ſoit répandu uniformément.

XII.

De la denſité du fluide électrique ſur les différens points de deux globes en contact.

Après avoir comparé entr'eux deux globes de différens diamètres, pour déterminer la quantité d'électricité qu'ils prennent lorſqu'on les met en contact, j'ai cherché à déterminer ſuivant quelle loi le fluide électrique ſe diſtribue, dans le temps du contact, ſur les différens points des globes; je me ſuis ſervi ici de la petite balance électrique, où l'aiguille eſt ſuſpendue par un fil d'argent très-flexible : cette balance eſt décrite dans mon premier Mémoire ſur l'électricité, imprimé dans le volume de l'Académie pour 1784. L'on emploie, pour déterminer la denſité électrique des différens points des globes, un petit plan circulaire de papier doré *e*, *fig. 3*, de quatre à cinq lignes de diamètre, ſoutenu par un fil de gomme laque *c d e*, fixé à un cylindre *c b* de verre ou de bois ſéché au four & enduit d'un vernis idio-électrique. Ce cylindre entre & ſe fixe avec une vis,

dans le trou *b* de la pince *A b*, qui se place sur le couvercle de la balance. Toute l'opération, lorsque l'on veut comparer deux points, consiste à faire toucher le plan *e* contre le premier point ; l'on présente ensuite ce plan dans la balance à celui de l'aiguille que l'on a eu soin d'électriser auparavant; l'on ramène l'aiguille à une distance donnée de ce plan, en tordant le fil de suspension ; l'on observe avec soin le point où répond l'aiguille, & l'angle de torsion du fil mesuré par le micromètre plus par la distance de l'aiguille au point *o*, où la torsion est nulle. L'on touche ensuite le second point que l'on veut comparer avec le même plan *e*, & en le plaçant dans la balance, l'on ramène l'aiguille par le micromètre à la même distance que dans la première observation : l'on tient compte de l'angle de torsion ; l'on retouche pour lors le premier point observé, & en ramenant l'aiguille toujours à la même distance, l'on a la variation de l'électricité de la première à la troisième expérience. Ainsi, si l'on a soin de mettre entre chaque observation la même durée de temps, il suffit, pour comparer la densité du premier point au second, de prendre pour le premier point une quantité moyenne entre les forces de torsion trouvées à la première & troisième observation ; cette quantité moyenne donnera la densité du premier point au moment de la seconde observation : ainsi, en la comparant avec la force de torsion trouvée à la seconde observation, l'on aura le rapport de la densité électrique des premier & second points.

XIII.

Quatrième Expérience.

LES deux globes, *fig. 5*, sont égaux & ont chacun huit pouces de diamètre ; l'on compare le point placé à 90^d du contact, avec les points placés à 30^d, à 60^d & à 180^d.

Premier essai. Le point placé à 30^d du contact des deux globes, comparé avec le point placé à 90^d.

Ayant touché l'un des globes avec le petit plan de papier doré, à 30^d du contact, l'aiguille a été observée à 20^d de distance du petit plan placé dans la balance ; la force

de torsion, où la force répulsive, qui chassoit l'aiguille, étoit de 7d

Ayant touché à 90d, tout le reste, comme dans l'observation qui précède, la force répulsive a été de . . . . . 31.

Retouché à 30d, la force répulsive a été de . . . . 6.

Retouché à 90d, la force répulsive a été de . . . . . 27.

Deuxième essai. L'on compare le point placé à 60d du contact, avec celui qui est à 90d; la distance de l'aiguille au petit plan *e*, lorsqu'on le pose dans la balance, est toujours de 22d

Touché à 60d, la force répulsive est de 21d

à 90, de . . . . 23.

à 60, de . . . . 17.

à 90, de . . . . 21.

Troisième essai. L'on compare le point placé à 90d du contact, avec celui placé à 180d. L'aiguille & le plan *e*, placés dans la balance, sont à 25d l'un de l'autre.

Touché à 90d, la force répulsive est de 20d

à 180, de . . . . 19.

à 90, de . . . . 17.

à 180, de . . . . 18.

Quatrième essai. Lorsque l'on touche l'un des globes à 20d du point de contact & au dessous, & que l'on présente ensuite le petit plan *e* qui a touché dans la balance, l'on remarque pour lors que l'action est nulle, ou au moins insensible sur l'aiguille ; en sorte que l'on peut dans les deux globes en contact, regarder l'électricité comme nulle depuis le point de contact jusqu'à 20d de ce point.

XIV.

CINQUIÈME EXPÉRIENCE.

L'ON met en contact deux globes, dont l'un a 8 pouces de diamètre, & l'autre 4 pouces, & l'on cherche à déterminer comment le fluide électrique se distribue sur la surface des deux globes, en comparant, comme dans l'expérience qui précède, le point à 90d du contact, avec tous les autres.

Premier essai, petit globe. En comparant sur le petit globe le point à 30^d du contact, avec celui à 90^d, la densité au point 30 étoit presque insensible, & l'on ne peut pas l'évaluer au-delà de la dix-huitième partie de celle à 90^d.

Deuxième essai, petit globe. L'on compare le point placé à 90^d, avec celui placé à 60^d.

Touché à 60^d, la force repulsive est de........	18^d
à 90, de........................	28.
à 60, de........................	15.
à 90, de........................	24.

Troisième essai, petit globe. L'on compare le point à 90^d, avec celui 180^d.

Touché à 90, la force répulsive est de.......	21^d
à 180, de........................	28.
à 90, de........................	20.
à 180, de........................	26.

Quatrième essai, gros globe. En touchant le gros globe à 30^d du contact & à 90.

Touché à 30^d, la force répulsive est de.......	16^d
à 90, de........................	18.
à 30, de........................	14.
à 90, de........................	15.

Cinquième essai, gros globe. La densité est sensiblement la même à 90^d & à 180^d du point de contact; elle est presque insensible jusqu'à 6 ou 7^d de ce point. En touchant alternativement le point à 90^d des deux globes, l'on trouve la densité du petit globe plus grande que celle du gros globe dans ces points, dans le rapport de 1,25 à 1.

XV.

SIXIÈME EXPÉRIENCE.

L'ON a mis en contact un globe de 8 pouces & un globe de 2 pouces.

Premier essai, petit globe. Touché à 90^d & à 180^d.

Touché

Touché à 90^d, la force repulsive est de...... 27^d

à 180, de........................ 35.

à 90, de........................ 22.

à 180, de........................ 29.

à 90, de........................ 19.

XVI.

Résultat des trois Expériences qui précèdent.

Il sera facile, d'après ces expériences, de déterminer par le calcul le rapport des densités sur les différens points des globes en contact: prenons pour exemple l'expérience quatrième, où les deux globes sont égaux. Nous trouvons *(premier essai)* qu'à la première observation, la force répulsive du point à 30^d, est représentée par 7^d; à la troisième observation, elle est représentée par 6^d; ainsi la force moyenne au moment de la deuxième observation, où l'on a déterminé la densité du point à 90^d du contact, étoit 6^d $\frac{1}{2}$: mais dans le même moment, la densité où la force répulsive du point à 90^d du contact, a été trouvée de 31^d; ainsi, divisant 31^d par 6 & $\frac{1}{2}$^{d}, l'on trouvera, pour exprimer le rapport de la densité à 90^d, avec celle à 30^d, le nombre 4,77.

En comparant par la même méthode la deuxième, troisième & quatrième observation, l'on aura pour le même rapport........................ 4,83.

Si l'on prend une valeur moyenne entre ces deux résultats, qui diffèrent cependant très-peu l'un de l'autre, nous aurons pour le rapport moyen.............. 4,80.

Par la même méthode l'on trouvera, d'après le second essai, pour le rapport moyen de la densité électrique des points à 60 & à 90^d du point de contact....... 1,25.

Dans le troisième essai de la même expérience pour les points à 90^d & à 180^d, l'on trouvera le rapport moyen des densités, mesuré par............. 0,95.

Ainsi la densité est très-petite jusqu'à 30^d; elle augmente

rapidement juſqu'à 60ᵈ, peu de 60 à 90ᵈ, & elle eſt preſque uniforme de 90 juſqu'à 180ᵈ.

D'après le même calcul, l'on trouvera *(cinquième expérience)* que lorſque l'un des globes n'a que moitié du diamètre de l'autre, la denſité eſt preſque nulle dans le petit globe juſqu'à 30ᵈ

Que le point à 90ᵈ, comparé avec celui à 60, donne pour le rapport moyen des denſités à peu près. . . . . 1,70.

Que le point à 90ᵈ, comparé avec le point à 180, donne pour le rapport des denſités la quantité. . . . . 0,75.

En ſorte qu'elle augmente de 60 à 90ᵈ dans le rapport de 10 à 17, & de 90ᵈ à 180, dans celui de 75 à 100.

Le même calcul donnera *(ſixième expérience)*, que lorſque l'on a mis deux globes en contact, dont les diamètres ſont comme 4 à 1, la denſité du petit globe depuis 90ᵈ juſqu'à 180, augmente dans le rapport de 100 à 1,43.

XVII.

Il réſulte de ces trois expériences, que plus les deux globes ſont inégaux, plus la denſité varie ſur le petit globe, depuis le point du contact juſqu'à 180ᵈ de ce point, & plus elle approche de l'uniformité ſur le gros globe; croiſſant rapidement depuis le point de contact où elle eſt nulle, juſqu'à 7 à 8ᵈ de ce point, & étant uniforme ſur le reſte du globe. Ainſi, par exemple, lorſqu'on a mis un globe de 8 pouces en contact avec un globe de 2 pouces, l'on a trouvé que la denſité étoit inſenſible dans le petit globe, depuis le point de contact juſqu'à 30ᵈ de ce point; qu'à 45ᵈ du point de contact, elle étoit à peu-près le quart de celle à 90; & que depuis 90ᵈ juſqu'à 180, elle croiſſoit dans le rapport de 10 à 14: dans le globe de 8 pouces au contraire, la denſité étoit nulle juſqu'à 4 ou 5ᵈ du point de contact; elle croiſſoit enſuite rapidement, & depuis 30 juſqu'à 180ᵈ elle étoit preſque uniforme. Nou allons voir

dans la seconde section de ce Mémoire, que ces résultats sont indiqués par la théorie, en calculant l'action, soit répulsive, soit attractive du fluide électrique, d'après la loi de la raison inverse du carré des distances.

XVIII.

DEUXIÈME SECTION.

Essai théorique pour déterminer la distribution du fluide électrique sur la surface de deux globes en contact, & pour déterminer leur densité moyenne, lorsque les deux globes étant séparés, ils cessent d'agir l'un sur l'autre.

LES expériences rapportées dans la première section de ce Mémoire, ont été faites avant d'avoir tenté de calculer, d'après la théorie, la distribution du fluide électrique sur la surface des deux globes en contact. Lorsque j'ai voulu essayer de calculer cette distribution d'après la loi de la raison inverse du carré des distances, j'ai vu qu'il me manquoit quelques faits auxquels le calcul pût s'appliquer directement; j'ai donc été obligé de rapporter dans cette seconde section, à mesure que j'en ai eu besoin, le résultat de plusieurs nouvelles expériences faites d'après les procédés indiqués dans la première section.

Nous avons vu dans notre quatrième Mémoire *(vol. de 1786)*, que lorsqu'un corps conducteur étoit chargé d'électricité, le fluide électrique ne pénétroit pas dans l'intérieur du corps, mais qu'il se distribuoit seulement sur sa surface; de-là il résulte que lorsqu'on fait toucher un corps solide à une surface de la même figure que le corps, quelque peu d'épaisseur qu'ait cette surface, elle prendra, mise en contact avec le corps par des points homologues, la moitié de l'électricité de ce corps.

Ce dernier phénomène avoit déjà été apperçu par plusieurs auteurs, en se servant des électromètres ordinaires; on peut le vérifier d'une manière exacte en plaçant, un jour très-sec, un corps solide dans notre grande balance, sur un support très-

idio-électrique; si l'on fait toucher ce corps, après l'avoir électrisé, par une surface qui ait exactement la même figure, en ayant soin de mettre en contact les deux corps dans une position homologue, & que l'on observe, en ramenant l'aiguille au même point, la torsion du micromètre avant & après le contact, l'on trouvera que la surface a ôté au corps solide exactement la moitié de son électricité. Si l'air étoit impénétrable à l'électricité, si la surface du corps le mieux poli n'étoit pas un assemblage de petites aspérités formant entre leurs molécules des vides probablement infiniment plus grands que le volume des petits solides, le fluide électrique n'auroit sur le corps, ainsi que la théorie l'indique, qu'une épaisseur infiniment mince; mais comme il n'y a point, dans l'ordre physique de surface parfaite; comme l'air n'est pas impénétrable à l'électricité, le fluide électrique, dans sa distribution, forme autour des corps une couche d'une certaine épaisseur, que nous chercherons à déterminer dans un autre Mémoire; épaisseur qui varie suivant la densité du fluide électrique & suivant l'état de l'air, mais qui en général est trop petite, sur-tout dans les jours très-secs, pour qu'il soit nécessaire d'y avoir égard dans toutes les questions où l'on cherche à déterminer la distribution du fluide électrique sur les surfaces non anguleuses.

XIX.

POUR avoir une première idée de la manière dont le fluide électrique se distribue entre les différens globes, plaçons (*fig. 6*) trois globes en contact en ligne droite; l'axe *A a* passant par les points de contact, supposons les deux globes des extrémités égaux. De quelque manière que le fluide électrique se distribue entre les trois globes, puisque les deux globes *A* & *a* sont semblables & semblablement posés, relativement au globe *x*, il est clair qu'ils contiendront tous les deux une égale quantité de fluide électrique: ce fluide électrique, comme la théorie l'indique, sera inégalement répandu sur la surface du système des trois

corps; il ſera comprimé vers les points de la ſurface qui avoiſinent A & a, & nul vers les points de contact b & b'.

Mais ſuppoſons que le fluide électrique de chaque globe ſoit uniformément répandu ſur la ſurface de ces globes, & qu'il ne puiſſe s'échapper que par le point de contact; il devra, dans cette ſuppoſition, y avoir un rapport entre la denſité des globes des extrémités C & C' & du globe x du centre, tel qu'il y ait équilibre entre l'action du fluide électrique du globe C ſur le point de contact dans la direction CB, & des deux autres globes C' & x dans la direction oppoſée.

Que R ſoit le rayon des globes A & a;

Que r ſoit le rayon du globe du milieu, dont le centre eſt en x;

Que D repréſente la denſité du fluide électrique que nous ſuppoſons uniformément répandu ſur les deux globes A & a;

Que δ repréſente la denſité du fluide uniformément répandu ſur la ſurface du globe du milieu, dont le centre eſt x,

L'action du globe A ſur le point de contact b qui eſt placé à la ſurface de ce corps, ſera égale à D;

L'action contraire du globe a ſur le même point b, qui eſt éloigné de ſa ſurface de la quantité $2r$, ſera égale à $2D \cdot R^2 : (R + 2r)^2$; l'action du globe x ſur le point b qui eſt à ſa ſurface, ſera égale à d: ainſi, pour que le fluide électrique ne paſſe pas d'un globe dans un autre, & qu'il y ait équilibre aux points de contact, il faut que l'action du globe C ſuivant Cb, ſoit égale à l'action des deux autres globes ſur le point b dans la direction oppoſée; ainſi l'on aura la formule

$$D\left(1 - \frac{2R^2}{(R + 2r)^2}\right) = \delta.$$

En examinant cette formule, l'on trouve que la denſité δ du fluide électrique du globe du centre eſt négative, ſi $\frac{2R^2}{(R + 2r)^2}$ eſt plus grand que l'unité; qu'elle eſt nulle lorſque cette quantité eſt égale à l'unité; c'eſt-à-dire, que $\delta = 0$, lorſque $R + 2r = R\sqrt{2} = 1{,}41\,R$, ou lorſque

$R = 5r$; qu'enfin δ ſera poſitif toutes les fois que R ſera plus petit que $5r$.

Quoique cette première formule ne ſoit pas fondée ſur une théorie rigoureuſe, mais ſeulement approchée, il eſt bon de voir combien elle s'éloigne de la vérité, en la comparant avec l'expérience.

X X.

Septième Expérience.

Les détails dans leſquels nous ſommes entrés en rendant compte des expériences qui précèdent, indiquant ſuffiſamment les corrections & les précautions qu'il faut employer; pour ne pas groſſir inutilement ce Mémoire, nous ſupprimerons dans la ſuite les détails des expériences, à moins que nous ne ſoyons obligés à quelques opérations nouvelles non encore indiquées.

Lorſque j'ai placé *(fig. 6)* entre les deux corps A & a électriſés, un petit globe dont le diamètre étoit moindre que la ſixième partie des diamètres des globes A & a, & que je préſentois enſuite ce petit globe à une balance de torſion très-ſenſible, le petit globe ne me donnoit aucun ſigne d'électricité; mais quelque petit que fût ce globe, je ne trouvois pas qu'il eût pris une électricité négative, comme la théorie l'indiquoit.

X X I.

Explication de cette Expérience.

La différence qui ſe trouve ici entre l'expérience & la théorie, vient de ce que lorſque le globe intermédiaire eſt très-petit, l'action des gros globes l'un ſur l'autre eſt très-conſidérable; que dans le point de contact, ainſi que dans les parties qui avoiſinent ce point, la denſité électrique des gros globes eſt preſque nulle : ainſi, ſi pour déterminer l'action du globe C' ſur le point b, nous diviſons la ſurface en deux parties, l'une formée d'un petit cercle dont le diamètre eſt à peu près $b'f$, ſur lequel la denſité eſt nulle ou très-petite; l'autre du reſte de la ſurface du globe, où

nous ſuppoſerons la denſité uniforme & égale à D, l'action du globe a ſur le point b ne ſera plus meſurée par

$$\frac{2\,D\,R^2}{(R + 2\,r)^2},$$

qui repréſente l'action entière de la ſurface d'un globe couvert de fluide électrique, dont la denſité ſeroit D; mais ſeulement par cette quantité diminuée de l'action de la ſurface, dont le diamètre eſt $b'f$, ſurface qui peut être priſe pour un plan circulaire, ſi $b'f$, n'eſt pas fort étendu. A préſent, ſi nous déterminons *(fig. 7)* l'action d'une ſurface circulaire $B\,C$, dont tous les points agiſſent ſur le point a, dans la direction $c\,a$, avec une force en raiſon inverſe du carré des diſtances, l'on trouvera, en nommant $C\,B \ldots R'$, $c\,a \ldots a$, D la denſité de la ſurface, l'action dn cercle ſur le point a,

$$= D\left(1 - \frac{a}{(a\,a + R'\,R')^{\frac{1}{2}}}\right).$$

Ainſi l'action du globe C' ſur le point b, ſera

$$\frac{2\,D\,R^2}{(R + 2\,r)^2} - D + \frac{D\,a}{(a\,a + R'\,R')^{\frac{1}{2}}};$$

l'équation qui exprime l'équilibre d'action pour le point b, donnera par conſéquent

$$D\left(2 - \frac{2\,R^2}{(R + 2\,r)^2} - \frac{a}{(a\,a + R'\,R')^{\frac{1}{2}}}\right) = \delta,$$

dans le cas où le petit globe a un diamètre très-petit relativement à ceux des extrémités; comme $a = 2\,r$, ſi $2\,r$ s'évanouit relativement R, l'on aura δ très-petit, & non pas négatif; ainſi quelque petit que ſoit le globe x, placé entre les globes A & a, ſon électricité ſera ou nulle ou inſenſible, mais jamais négative, en ſuppoſant les deux globes A & a électriſés poſitivement; ainſi la théorie & l'expérience ſont ici d'accord.

XXI.

Trois globes égaux en contact ſur une ligne droite.

J'AI mis en contact trois globes égaux de deux pouces de diametre, placés en ligne droite, comme dans la *(fig. 6)*; HUITIÈME EXPÉRIENCE.

un de ces corps, ſoutenu par la pince *(fig. 3)*, ſe poſoit ſucceſſivement entre les deux corps C & C', & à l'extrémité de ces deux corps que l'on réuniſſoit ; à chaque opération on le préſentoit dans la grande balance, en ramenant l'aiguille toujours à la même diſtance du globe; l'on a trouvé que lorſque le globe étoit placé entre les deux autres, il prenoit une quantité d'électricité moindre que celle qu'il prenoit lorſqu'il étoit placé aux extrémités dans le rapport de 1,00 à 1,34. Ce réſultat eſt une valeur moyenne de plus de vingt opérations faites ſucceſſivement à des intervalles de temps égaux, pour pouvoir tenir compte de la quantité d'électricité perdue d'une obſervation à l'autre.

XXII.

Explication de cette expérience.

Si nous reprenons la formule de l'*article 16*,

$$D\left(1-\frac{2R^2}{(R+2r)^2}\right)=\delta,$$

où δ repréſente la denſité du globe placé entre les deux autres, & D celle du globe des extrémités; puiſque $R=r$, nous aurons

$$\delta=D\left(1-\tfrac{2}{9}\right)=\tfrac{7}{9}D:$$

d'où

$$D=1{,}29\,\delta:$$

mais l'expérience vient de nous donner

$$D=1{,}34\,\delta,$$

qui ne diffère, comme l'on voit, que d'un vingt-ſeptième du rapport donné par la théorie. L'on voit qu'ici l'action du globe C' *(fig. 6)* ſur le point b, eſt très-approchant

$$\frac{2R^2}{(R+2r)^2},$$

parce que l'action du petit cercle $b'f$, dont la denſité eſt nulle

nulle, a, comme nous l'avons vu *(art. 21)*, pour expreſſion

$$D\left(1 - \frac{2R}{(2R^2 + b'f^2)^{\frac{1}{2}}}\right),$$

quantité qui s'évanouit ici, parce que $b'f$ eſt beaucoup plus petit que $2R$.

XXIII.

TOUTE la théorie qui précède, va être confirmée par une expérience qui me paroît propre à jeter du jour ſur cette matière.

Nous venons de voir dans les articles qui précèdent, que lorſque deux globes étoient en contact, quel que fût le diamètre de ces deux globes, la denſité dans le point de contact & dans les points qui l'avoiſinent, étoit nulle & non négative, ſi les deux globes ſont électriſés poſitivement. Mais dès l'inſtant que l'on ſépare les deux globes, ſi l'un des globes eſt plus petit que l'autre, & ſi la diſtance des deux globes eſt peu conſidérable, l'on trouvera *(fig. 8)* que le point *a* du petit globe, qui a été en contact avec le point *A* du gros globe, devient négatif juſqu'à ce que ces deux globes ſoient éloignés à une certaine diſtance à laquelle l'électricité du point *a* eſt nulle; que le même point *a* devient enſuite poſitif, lorſque l'on continue à éloigner les deux globes.

XXIV.

NEUVIÈME EXPÉRIENCE.

L'ON a iſolé *(fig. 8)* un globe *C* de onze pouces de diamètre; l'on a également iſolé un globe *C'* d'un plus petit diamètre; l'on électriſoit ces globes, & on les faiſoit toucher; l'on éloignoit enſuite le petit globe *C'* peu à peu, & au moyen d'un petit grain de plomb *a*, ſuſpendu à un fil de gomme laque, ou d'un petit cercle de papier doré, comme dans la *fig. 3*, que l'on faiſoit toucher au point *a*, & que l'on préſentoit enſuite dans la petite balance ou à un petit électromètre à fil de ſoie très-ſenſible, tel qu'il a été décrit

dans notre quatrième Mémoire, l'on déterminoit la nature de l'électricité du point *a* à différentes distances *A a*.

Premier essai. Le globe *C* ayant onze pouces de diamètre, & le globe *C'* huit pouces, les deux globes ayant été électrisés positivement & mis en contact, le point *A* du gros globe a toujours donné des signes d'électricité positive, quelle que fût la distance *A a*; mais le point *a* du globe *C'* a donné des signes d'électricité négative jusqu'à un pouce de distance; à un pouce, l'électricité de ce point *a* étoit nulle, elle étoit positive au-delà.

Deuxième essai. Le globe *C* ayant toujours onze pouces de diamètre, & le globe *C'* quatre pouces : jusqu'à deux pouces de distance le point *a* du petit globe a donné des signes d'électricité négative; à deux pouces, l'électricité de ce point étoit nulle : l'électricité du point *A* est toujours positive.

Troisième essai. Le globe *C* ayant toujours onze pouces de diamètre, lorsque le petit globe *C'* avoit deux pouces, un pouce & au-dessous, l'électricité du point *a* étoit négative jusqu'à ce qu'on éloignât le petit globe à deux pouces cinq lignes du gros globe; à cette distance de deux pouces cinq lignes elle étoit nulle, positive lorsque la distance *A a* étoit de plus de deux pouces cinq lignes.

X X V.

Remarque sur cette Expérience.

LORSQU'UNE surface sphérique, couverte uniformément d'un fluide électrique dont la densité est *D*, agit sur un point placé dans la surface du globe, son action sur ce point est égale à *D*; mais lorsque ce même fluide agit sur un point placé en dehors de la même surface de la quantité *a*, son action sur ce point, si le rayon du globe est *R*, sera $\frac{2\,D\,R^2}{(R+a)^2}$.

Si à présent l'on suppose le petit globe *C'* (*fig. 8*) en

contact avec le gros globe C, si le globe C' est très-petit relativement au globe C, le fluide électrique du gros globe restera toujours presque uniformément répandu sur le gros globe, parce que le petit globe n'aura d'action que vers le point de contact & vers ceux qui l'avoisinent; c'est ce qu'il est facile de sentir d'après la théorie; ainsi l'action du gros globe sur le point de contact sera encore assez exactement représenté par D: mais quoique la densité moyenne du petit globe en contact se trouve plus grande que celle du gros globe, comme il doit y avoir équilibre au point de contact lorsque le gros & le petit globe se touchent, l'action du petit globe sur le point de contact, a cependant pour mesure la quantité D, comme le gros globe. Mais que l'on sépare le petit globe du gros, & qu'on l'éloigne d'une petite quantité $Aa = a$, l'action du petit globe sur le point A du gros globe, sera presque nulle, dans le temps que l'action du gros globe C' sur le point a, sera $\frac{2R^2}{(R+a)^2}$: ainsi l'action du petit globe sur le point a restant D comme dans le contact, l'on aura, pour déterminer la densité δ du point a, l'équation

$$\frac{2DR^2}{(R+a)^2} + \delta = D, \text{ ou } \delta = D\left(1 - \frac{2R^2}{(R+a)^2}\right);$$

ainsi, si $\frac{2R^2}{(R+a)^2}$ est plus grand que l'unité, δ sera négatif; si cette quantité est égale à l'unité, δ sera nul, il sera positif si $\frac{2R^2}{(R+a)^2}$ est plus petit que l'unité.

Nous pouvons donc déterminer la distance Aa lorsque la densité du point $a = 0$, en faisant $\frac{2R^2}{(R+a)^2} = 1$; d'où résulte $(R+a) = R\sqrt{2} = 1{,}415\,R$, & $a = 0{,}415\,R$.

Mais nous venons de voir dans notre expérience, que lorsqu'un petit globe d'un pouce, par exemple, a été mis

en contact avec notre globe de onze pouces, il faut l'éloigner de deux pouces cinq lignes du globe *A*, pour que l'électricité du point *a* cesse d'être négative & soit nulle, qu'elle est positive au-delà de cette distance : ici $R = 5$ pouces 6 lignes $= 66$ lignes, $a = 2$ pouces 5 lignes $= 29$ lignes; ainsi $\frac{a}{R} = \frac{29}{66} = 0,439$,

qui diffère très-peu, comme l'on voit, de ce qui est indiqué par la théorie.

Il est facile de voir, d'après les réflexions sur lesquelles le calcul qui précède est fondé, qu'à mesure que les deux globes approchent de l'égalité, la distance *Aa*, où la densité du point *a* est nulle, doit diminuer, parce que pour lors l'action du petit globe sur le point *A*, à la distance *Aa*, ne laisse que peu de densité au fluide électrique du point *A* & des points qui l'avoisinent; ainsi l'action du gros globe *A* sur le point *a*, est pour lors moindre que $\frac{2DR^2}{(R+a)^2}$; c'est par la même raison que le fluide électrique du gros globe n'est jamais négatif en *A*, quelle que soit la distance *Aa*.

XXVI.

Il paroît que l'on peut conclure des expériences & des observations qui précèdent, que le fluide électrique est presque en entier distribué sur la surface des corps conducteurs électrisés, & qu'il ne forme pas autour de ces corps une atmosphère très-étendue, ainsi que l'ont pensé plusieurs auteurs: cette conséquence peut même être confirmée par une expérience qui paroît à peu-près décisive; la voici. Si l'on place un globe conducteur dans la balance; qu'on l'électrise & qu'on le fasse toucher alternativement par deux fils de cuivre de la même grosseur & longueur, mais dont l'un soit enveloppé sur toute sa longueur, excepté à l'extrémité destinée à toucher le globe d'une couche de gomme-laque très-pure, de cinq ou six lignes d'épaisseur;

l'on trouvera par un procédé & un calcul analogues à ceux des articles de la première ſection, que l'un & l'autre fils de cuivre prennent, mis en contact avec le globe par leur extrémité, une égale quantité d'électricité.

Mais l'on ſait que le fluide électrique ne peut pas pénétrer à travers une couche de gomme-laque; ainſi, lorſque l'on met en contact le fil couvert de gomme-laque, & qu'on le préſente par ſon extrémité au globe, le fluide électrique ne peut ſe diſtribuer que ſur la ſurface de ce fil; conſéquemment, puiſque, ſoit que le fil ſoit couvert de gomme-laque, ou non, il prend la même quantité d'électricité, la moitié, par exemple, de celle du globe, il doit exercer, dans les deux cas, ſur un point quelconque, le point de contact par exemple, la même action: d'où il réſulte que, ſoit que le fil de cuivre ſoit enveloppé de gomme-laque, ou non, le fluide électrique s'y diſtribue de la même manière & en même quantité.

Cependant il faut prévenir que comme l'air n'eſt pas d'une parfaite idio-électricité, comme il eſt chargé de parties humides conductrices, le fluide électrique d'un corps électriſé doit pénétrer plus ou moins dans les couches d'air qui l'enveloppent; mais dans les jours très-ſecs, les expériences qui précèdent, prouvent que ce fluide ne pénètre pas les couches d'air à une aſſez grande profondeur ni en aſſez grande quantité pour qu'il ſoit néceſſaire d'y avoir égard dans la plus grande partie des calculs. Nous reviendrons ſur cet objet dans un autre mémoire deſtiné à déterminer l'état d'un corps idio-électrique en contact avec un corps conducteur électriſé; mais nous ne pouvons nous occuper de cet objet avec quelque eſpérance de ſuccès, que lorſque nous aurons déterminé exactement par l'expérience la manière dont le fluide électrique ſe diſtribue ſur les ſurfaces, ſoit planes, ſoit courbes, & ſur des corps de différentes figures; cette recherche formera la ſeconde partie de ce Mémoire.

XXVII.

Détermination de la densité du fluide électrique, depuis le point de contact, jusqu'à 180 de ce point, dans deux globes électrisés qui se touchent.

SUPPOSONS les deux globes *(fig. 9)* en contact par le point *A*, l'un & l'autre électrisés & portés sur des isoloirs idio-électriques, tel que celui de la *figure 4*. Puisque nous avons démontré dans notre quatrième Mémoire, que dans les corps conducteurs, le fluide électrique étoit uniquement distribué sur la surface, & ne pénétroit pas dans l'intérieur de ces corps, l'on peut supposer chaque globe couvert d'une infinité de petits globules conducteurs chargés d'électricité; ainsi l'action électrique de chacun de ces globules sur le point du globe où il est en contact, sera contre-balancée par l'action de tous les autres globules qui couvrent les deux corps.

Si la densité du gros globe dont le centre est en *C*, étoit *D*, & que cette densité fût uniformément répandue sur tout le globe, son action sur un point *m* du petit globe *C'*, seroit exprimée par $\frac{2\,D\,c\,A^2}{(c\,m)^2}$, & cette action décomposée dans la direction *m B*, rayon du petit globe, sera $\frac{2\,D\,c\,A^2 . m B}{(C\,m)^3}$.
Si la densité du fluide électrique étoit de même uniformément répandue sur le petit globe, & égale à *D'*, son action sur le point *m* seroit *D'*. Ainsi, si l'on met en contact avec le petit globe dont le centre est *C'*, un petit globule *m* qui se charge d'électricité, la densité électrique de ce petit globule, doit être telle qu'à son point de contact il y ait équilibre entre l'action du petit globe *C'* agissant suivant *C' m*, & celle du globe *C* agissant suivant *B m*, jointe à celle du globule *m* agissant dans la même direction; ainsi, si l'on nomme δ la densité moyenne du petit globule en *m*, l'on aura

$$D' = \delta + \frac{2D(CA)^2 . mB}{(Cm)^3}$$

$$\text{ou } \delta = D' - \frac{2DCA.^2 mB}{(Cm)^3}.$$

Si l'on fait, pour avoir cette équation ſous une forme analytique, $CA = R$, $C'A = r$, $AP = x$, les deux triangles ſemblables $CC'B$, $C'pm$ donneront

$$\frac{C'm}{C'p} = \frac{CC'}{BC'}.$$

Ainſi $Bm = BC' - C'A = R - \frac{R+r}{r} x$

$$(Cm)^2 = R^2 + 2(R+r)x;$$

en ſubſtituant, dans la formule, les valeurs de Bm & de Cm; elle devient

$$\delta = D' - \frac{2DR^2\left[R - \frac{(R+r)}{r}x\right]}{[R^2 + 2(R+r)x]^{\frac{3}{2}}}$$

Si dans cette équation l'on fait l'angle $AC'm = \int$, l'on aura $x = r(1 - \text{coſ.} \int)$, & par conſéquent

$$\delta = D' - \frac{2DR^2[R - (R+r)(1 - \text{coſ.}\int)]}{[R^2 + 2(R+r)r(1 - \text{coſ.}\int)]^{\frac{3}{2}}}.$$

XXVIII.

Si les deux globes ſont égaux, pour lors $D = D'$, $R = r$, & la formule précédente ſe réduit à

$$\delta = D\left(1 + \frac{2 - 4\,\text{coſ.}\int}{(5 - 4\,\text{coſ.}\int)^{\frac{3}{2}}}\right).$$

Nous avons déterminé dans la première ſection de ce Mémoire *(quatrième expérience, art. XIII & XV)*, la denſité électrique de deux globes égaux & en contact; depuis 30^d du point de contact, juſqu'à 180^d de ce point; ainſi nous pouvons comparer notre formule à cette expérience & à ſon réſultat.

1°. Si l'on calcule la denſité δ d'après notre formule, nous la trouverons négative juſque vers 23^d. expérience

la donne insensible jusqu'à ce point; nous avons donné la raison de cette différence, *art. XX.*

2°. Si l'on calcule pour un point à 30^d du contact des deux globes, l'on trouvera δ. . . . . 0,23 .*D*

3°. A 60^d du point de contact δ. . . . . *D*

4°. A 90^d du point de contact δ. . . . . 1,18 .*D*

5°. A 180^d du point de contact δ. . . . . 1,22 .*D*.

Pour avoir la quantité δ d'après l'expérience, nous avons comparé (*art. 15*) la densité du point à 90^d du contact avec celle de tous les autres points; ainsi il faut faire la même comparaison dans les résultats donnés par la théorie; l'expérience nous a donné, *art. 15*:

La densité du fluide électrique à 90^d. du point de contact, est à celle à 30^d.	::	4,80	:	1,00.
Si nous faisons la même comparaison d'après notre formule, nous la trouverons	::	5,13	:	1,00.
Le point à 90^d, comparé à celui à 60^d, l'expérience donne les densités. .	::	1,25	:	1,00.
Le calcul théorique.		1,18	:	1,00.
Le point à 90^d, comparé à celui à 180^d, l'expérience donne les densités	::	0,95	:	1,00.
La théorie.		0,97	:	1,00

L'on trouve ici une conformité entre les résultats de l'expérience & ceux de la théorie, que l'on pouvoit à peine espérer.

XXIX.

Dixième Expérience.

POUR rendre la comparaison de la théorie & de l'expérience plus directe & plus facile dans la détermination de la quantité d'électricité que prennent deux globes de différens diamètres mis en contact, voici le résultat de quelques nouvelles expériences que j'ai cru utile d'ajouter à celles qui précèdent.

J'ai mis en contact (*fig. 9*) deux globes de différens diamètres, je les ai électrisés; j'ai touché ensuite le point *A* à 180^d

à 180^d du point de contact, avec un petit cercle de papier doré de 5 lignes de diamètre, (isolé, comme il est représenté à la *fig. 3*) par un fil de gomme-laque : je présentois ce petit plan dans la balance à fil d'argent très-fin; je séparois ensuite les deux globes *C* & *C'*, & je touchois avec le même plan le gros globe *C*. Je présentois de nouveau ce petit plan dans la balance; la comparaison de la force avec laquelle l'aiguille étoit chassée dans la première & seconde observations, donnoit le rapport des densités, du point *A'* lorsque les deux globes sont en contact, & de la densité moyenne sur le gros globe *C*, lorsque ces globes sont séparés.

J'ai formé, d'après les différens résultats que m'a donnés cette expérience, une table pour deux globes de différens diamètres : dans cette table, *R* est le rayon du gros globe, *r* celui du petit; *D* est la densité moyenne du gros globe séparé du petit globe; δ est la densité du point *A'*, extrémité de l'axe du petit globe en contact avec le gros globe.

Si $\frac{R}{r} = 1$,	l'on aura......	$\frac{\delta}{D} = 1{,}27$
2	....	1,55
4	....	2,35
8	....	3,18
∞	....	4,00 +

XXX.

Observations sur l'expérience qui précède.

Si nous voulons déterminer, d'après la théorie, la quantité δ pour le point *A'*, il faut, pour avoir une première approximation, supposer le fluide électrique de chaque globe uniformement répandu sur ce globe, en nommant δ la densité du point *A'* ou d'un petit globule placé en *A'*, *D* la densité moyenne du gros globe *C*, *D'* celle du petit globe; l'on aura l'équation

$$\delta = D' + \frac{2\,D\,R^2}{(R + 2\,r)^2}$$

Dans cette équation, la densité moyenne D' du petit globe est nécessairement plus grande que la densité D du gros globe, ainsi qu'il est facile de le voir par la théorie. Mais supposons pour première approximation $D = D'$, l'on formera, d'après la formule $\delta = D\left(1 + \frac{2R^2}{(R + 2r)^2}\right)$, qui exprime la valeur de la densité au point A', comparée avec la densité moyenne du gros globe, la table suivante.

Si $\frac{R}{r} = 1$, l'on aura, d'après la formule,	$\frac{\delta}{D} = 1,22$
2	1,50
4	1,89
8	2,28
∞	3,00.

La comparaison de ce résultat avec celui fourni par l'expérience dans *l'article précedent*, montre que ce n'est que lorsque R est plus grand que $2r$, que la théorie & le calcul commencent à différer, la théorie donnant une valeur approchée, lorsque R est plus grand que $2r$, moindre que celle fournie par l'expérience. Mais si l'on remarque que dans notre table, calculée d'après la formule, nous avons supposé la densité D' du petit globe, égale à celle du gros globe, & que par l'action du gros globe, le fluide du petit globe doit être condensé vers le point A' du petit globe; que cependant ce fluide par son action en raison inverse du carré des distances, doit faire équilibre au point de contact avec l'action du fluide répandu presque uniformément sur le gros globe; l'on verra que la densité moyenne du fluide électrique doit être plus grande sur le petit globe que sur le grand; qu'ainsi D' est plus grand que D, & par conséquent que le résultat donné dans la table par le calcul, exige une correction qui augmente la valeur de δ, ce qui est conforme à l'expérience. Nous trouverons dans les articles qui vont suivre des méthodes pour approcher davantage de la véritable valeur de δ.

XXXI.

Détermination par approximation du rapport suivant lequel l'électricité se partage entre deux globes de différens diamètres mis en contact.

PREMIER EXEMPLE.

Si $R = \infty\, r$.

COMME nous ne pouvons déterminer que par approximation la manière dont le fluide électrique se partage entre deux globes, il sera plus facile de saisir l'esprit des méthodes que nous avons suivies, en les appliquant à des exemples particuliers, qu'en les généralisant. Dans cet exemple, l'un des globes est infiniment grand relativement à l'autre; mais d'après cette supposition, il est facile de concevoir que la formule dont nous nous sommes servi *(art. 25)* pour déterminer la densité sur tous les points du petit globe, doit approcher de la vérité; car supposant le petit globe à une très-petite distance du gros globe, le fluide électrique dont sera chargé le gros globe, se portera sur le petit globe jusqu'à ce qu'il y ait équilibre sur tous les points de la surface entre l'action du gros globe & l'action de tous les points électrisés à la surface du petit globe: l'action du petit globe sur le gros globe étant proportionnelle à la densité moyenne multipliée par sa surface, sera infiniment petite pour tout autre point que le point de contact; ainsi l'action du gros globe sur chaque point du petit sera à peu-près la même pour tout autre point que le point de contact, que si tout le fluide électrique du gros globe étoit à son centre *(figure C)*. Prenons actuellement D' pour la densité moyenne du petit globe, quantité qui doit être variable lorsque l'on cherche l'action du petit globe sur chacun des points de sa surface, mais que nous pouvons supposer constante dans une première approximation, pourvu que l'on détermine sa valeur d'après les conditions d'équilibre au

point de contact : puiſque nous ſuppoſons dans cet exemple le rayon r très-petit relativement à R, la formule

$$\delta = D' - \frac{2\, D\, R^2\, (R - \frac{(R + r)\, x}{r})}{[R^2 + 2\,(R + r)\, x]^{\frac{3}{2}}}$$

ſe réduit à

$$\delta = D' - \frac{2\, D\, (r - x)}{r}.$$

A préſent il faut que l'action qu'exerce tout le fluide du gros globe ſur le point de contact A (*figure 9*), dans la direction CA, ſoit égale à l'action ſur le même point de tout le fluide répandu ſur la ſurface du petit globe : mais comme d'après notre formule, δ repréſente (*figure 9*) la denſité du fluide ſur le point m ; que la denſité δ eſt la même pour tous les points de la zone ſuperficielle $m\,m$, perpendiculaire à l'axe Ap, l'action de cette zone, décompoſée dans la direction pA, ſera ſur le point A

$$\frac{\delta\, d\, x}{2\, \sqrt{(2\, r)}\, \sqrt{(x)}} = \frac{d\, x}{2\, \sqrt{(2\, r)}\, \sqrt{(x)}} \left(D' - 2\, D + \frac{2\, D\, x}{r}\right).$$

En prenant pour D' la denſité moyenne du petit globe ſur chaque point de ſa ſurface, & la ſuppoſant conſtante, l'intégrale de cette quantité donnera pour l'action du petit globe ſur le point A,

$$\frac{1}{2\, \sqrt{(2\, r)}} \left[(2\, D' - 4\, D)\, \sqrt{(x)} + \frac{4}{3}\, D\, \frac{x^{\frac{3}{2}}}{r}\right],$$

quantité qui doit s'évanouir quand $x = 0$, & ſe compléter quand $x = 2\, r$, ce qui donnera pour l'action entière du petit globe ſur le point de contact A, $D' - \frac{2}{3}\, D$. Mais il faut remarquer que dans le contact des deux globes, le fluide électrique étant dans un état de ſtabilité, il doit y avoir équilibre au point de contact entre l'action du petit & l'action du gros globe. Comme la denſité du gros globe eſt à peu-près uniforme ſur tous les points de ſa ſurface, l'action du gros globe ſur le point de contact A, ſera D ; ainſi l'on aura l'équation $D' - \frac{2}{3}\, D = D$, ou $D' = 1{,}67\, D$,

quantité plus petite que celle qui a été trouvée par l'expérience qui nous a donné *(art. XI)*, lorsque $R = \infty r$, $D' = 2 D$. Avant de chercher une valeur plus approchée de D', déterminons par approximation la densité en A', extrémité de l'axe. Pour y parvenir, il faut remarquer que puisque D' représente l'action qu'exerce le fluide électrique sur un point quelconque de sa surface, cette quantité D' ne peut pas être constante, ainsi que nous venons de la supposer pour une première approximation, mais elle doit varier en augmentant depuis le point de contact A, jusques à l'extrémité de l'axe en A'. Dans le point de contact, cette action du petit globe doit faire équilibre à l'action du gros globe; ainsi elle doit être équivalente à D; au point A', elle doit être déterminée par l'action de toute la surface du petit globe sur ce point. Pour avoir une action approchée du petit globe sur ce point, il faut la calculer d'après la densité $\delta = D' - 2D - \frac{2 D \cdot x}{r}$; faisant $A' q = z = (2 r - x)$, l'action de la petite zone $\mu \mu$ sur le point A' sera $\frac{\delta d z}{2 \sqrt{(2 r)} \sqrt{(z)}}$ $= \frac{d z}{2 \sqrt{(2 r)} \sqrt{(z)}} (D' + 2 D - \frac{2 D z}{r})$, qui intégrée & complétée donnera, pour l'action entière du petit globe sur le point A, $D' + \frac{2}{3} D$. Mettons à la place de D' sa valeur approchée, que nous venons de trouver $1,666 D$; & nous aurons pour l'action approchée du petit globe sur le point A, $2,33 D$; ainsi l'action du petit globe sur tous les points de sa superficie, varie en croissant depuis le point A jusqu'au point A', de manière qu'au point de contact A, elle est égale à D, & qu'à l'extrémité de l'axe en A, elle est $2,33 D$.

Pour avoir, d'après la quantité d'action que le petit globe exerce sur le point A', la densité du fluide électrique dans ce point, il faut supposer que l'on touche avec un petit plan isolé alternativement le point A' & un point du gros globe C. Il est clair qu'au point A' la densité des petits

globules doit être telle qu'il y ait équilibre entre l'action d'un petit globule en A' & celle des deux globes; ainſi, en nommant δ la denſité du petit globule, l'on doit avoir $\delta = 2\ D + 2,33\ D = 4,33\ D$: l'expérience a paru effectivement nous indiquer *(art. XXIX)* que lorſque r étoit infiniment plus petit que R, la denſité du petit globe à l'extrémité de ſon axe en A', étoit un peu plus grande que $4\ D$, D exprimant la denſité moyenne du gros globe.

Revenons à déterminer d'une manière plus exacte la denſité moyenne D' du petit globe, que nous avons trouvée par une première approximation, égale à $1,67\ D$, & que l'expérience *(art. XI)* nous a appris être égale à $2\ D$.

Puiſque l'action du petit globe ſur chaque point de ſa ſurface, varie en croiſſant depuis le point A juſqu'au point A'; qu'au point A, elle eſt à peu-près égale à D ou à la quantité moyenne $\frac{D'}{1,67}$; qu'au point A', elle eſt $\frac{2,33\ D'}{1,67}$, lorſque l'on a voulu déterminer la valeur de δ, il falloit, au lieu de faire D' conſtant, le faire variable. Ainſi, en ſuppoſant que l'action du petit globe ſoit repréſentée par $D'(a + \frac{b\,x}{2\,r})$, cette action doit être telle que lorſque $x = 0$, $D'a = \frac{D'}{1,67}$; & que lorſque $x = 2\,r$, $D'(\frac{1,00}{1,67} + b) = \frac{2,33\ D}{1,67}$; ou $b = \frac{1,33}{1,67}$; ce qui donnera, pour la denſité δ approchée de chaque point m du petit globe,

$$\delta = D'\,a - 2\ D + \frac{b\ D' + 4\ D}{2\ r}\,x;$$

& l'action d'une petite zone ſuperficielle $m\,m$, ſur le point de contact A, ſera

$$\frac{D\,x}{2\,\sqrt{(2\,r}\,\sqrt{(x)}}\left[(D'a - 2\,D) + \left(\frac{D' + 4\,D}{2\,r}\right)x\right],$$

dont l'intégrale

$\frac{dx}{2\sqrt{(2r)}} \; 2x^{\frac{1}{2}} (D'a - 2D) + \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} (\frac{bD' + 4D}{2r})]$,
quantité qui doit s'évanouir quand $x = 0$, & se compléter quand $x = 2r$. Ainsi l'action entière du petit globe sur le point de contact A, sera

$$D'a - 2D + \frac{bD' + 4D}{3};$$

mais comme l'action du petit globe doit faire équilibre au point de contact, avec l'action du gros globe qui est égale à D, densité du fluide de ce gros globe, l'on aura $D'(a + \frac{b}{3}) = \frac{5}{3} D$, ou $D' = 1{,}93\ D$.

Pour avoir à présent la densité moyenne du fluide életrique du petit globe, lorsqu'en l'ôtant du contact avec le gros globe, il se répandra uniformément sur la surface de ce petit globe, il faut avoir la quantité de fluide électrique répandue sur le petit globe, & la diviser par la surface de ce globe; ainsi il faut reprendre l'équation

$$\delta = D'a - 2D + (bD' + 4D)\frac{x}{2r},$$

la multiplier par dxr, qui exprime la surface élémentaire du globe, intégrer cette quantité pour la surface entière, ce qui donnera

$$(D'a - 2D)\, 2r.r, + (bD' + 4D)\frac{2r.^2 r}{2};$$

& diviser par la surface du petit globe $2r.r$, ce qui donnera pour la densité moyenne $D'(\frac{2a+b}{2})$; d'où $D' = 1{,}93\ D$, quantité, comme l'on voit, qui ne diffère de $2{,}00\ D$ trouvée par l'expérience que d'une quantité trop petite, pour pouvoir être appréciée dans des recherches de ce genre.

XXXII.

Seconde Méthode d'approximation.

NOUS allons nous servir ici d'une méthode d'approxi-

mation différente de la précédente, mais qui peut s'appliquer à toutes les valeurs de $(\frac{R}{r})$.

Soit (*fig. 9*) D la densité moyenne du gros globe; D' l'action moyenne du petit globe sur chaque point de sa surface que nous voulons déterminer. Nous avons vu que lorsque les deux globes étoient en contact, la densité étoit nulle au point de contact; si nous la déterminons à présent pour deux autres points, l'un à 90^d du point de contact, l'autre à 180^d de ce point, nous trouverons, en nommant toujours R le rayon du gros globe & r le rayon du petit globe, que la densité δ du petit globe au point E à 90^d du contact est, d'après notre formule (*art. XXVII*),

$$\delta = D' + \frac{2DR^2r}{[(R+r)^2+r^2]^{\frac{3}{2}}},$$

& que la densité δ en A', extrémité de l'axe, est

$$D' + \frac{2DR^2}{(R+2r)^2}.$$

Ainsi si l'on suppose la densité δ qui croît depuis le point A jusqu'au point A', représentée par

$$D'\left(\frac{ax}{2r} + \frac{bx^2}{(2r)^2}\right);$$

il faut que cette quantité soit o quand $x = 0$, qu'elle soit

$$D' + \frac{2DR^2r}{[(R+r)^2+r^2]^{\frac{3}{2}}};$$

quand $x = r$, & qu'elle soit $D' + \frac{2DR^2r}{(R+2r)^2}$ quand $x = 2r$.

Faisons, pour simplifier le calcul,

$$\frac{2R^2r}{[(R+r)^2+r^2]^{\frac{3}{2}}} = A;$$

&

$$\frac{2R^2}{(R+2r)^2} = B.$$

L'on déterminera a & b par les deux équations

D

$$D'\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{4}\right)=D'+A\,D,$$

&

$$D'(a+b)=D'+B\,D;$$

d'où résultera

$$a=3+(4\,A-B)\,\frac{D}{D'},$$

&

$$b=-2+2\,(B-2\,A)\,\frac{D}{D'}.$$

Pour déterminer D', reprenons l'équation

$$\delta=D'\left(a\,\frac{x}{2\,r}+b\,\frac{x^2}{(2\,r)^2}\right),$$

& nous aurons, pour l'action superficielle d'une zone $m\,m$ sur le point de contact A,

$$\frac{D'.\,d\,x}{2\,\sqrt{(2\,r)}\,\sqrt{(x)}}\left(\frac{a\,x}{2\,r}+\frac{b\,x^2}{(2\,r)^2}\right),$$

qui, intégrée & complétée, donnera pour l'action entière du petit globe sur le point de contact A, la quantité

$$D'\left(\frac{a}{3}+\frac{b}{5}\right),$$

qui doit être égale à l'action du gros globe sur le même point de contact. Si ce globe est beaucoup plus gros que le petit, son action sera à peu-près égale à D; ainsi dans ce cas, l'on aura, pour déterminer le raport $\frac{D'}{D}$, l'équation

$$\frac{D}{D'}=\frac{a}{3}+\frac{b}{5}.$$

XXXIII.

Pour avoir la densité moyenne du fluide répandu uniformément sur le petit globe après le contact, il faut la déterminer en divisant la quantité d'électricité du petit globe par sa surface, ce qui donnera pour cette densité, $\int\frac{\delta\,d\,x\,r}{2\,r.r}$.
En substituant, à la place de δ, sa valeur, & faisant l'opé-

ration, l'on trouvera $D' (\frac{a}{2} + \frac{b}{3})$, qui exprime la densité moyenne, c'est-à-dire, la densité du fluide électrique, lorsqu'après le contact l'on séparera le petit globe du gros globe, & que le gros globe cessant d'agir sur le petit globe, le fluide électrique se répandra uniformément sur la surface du petit globe.

EXEMPLE.

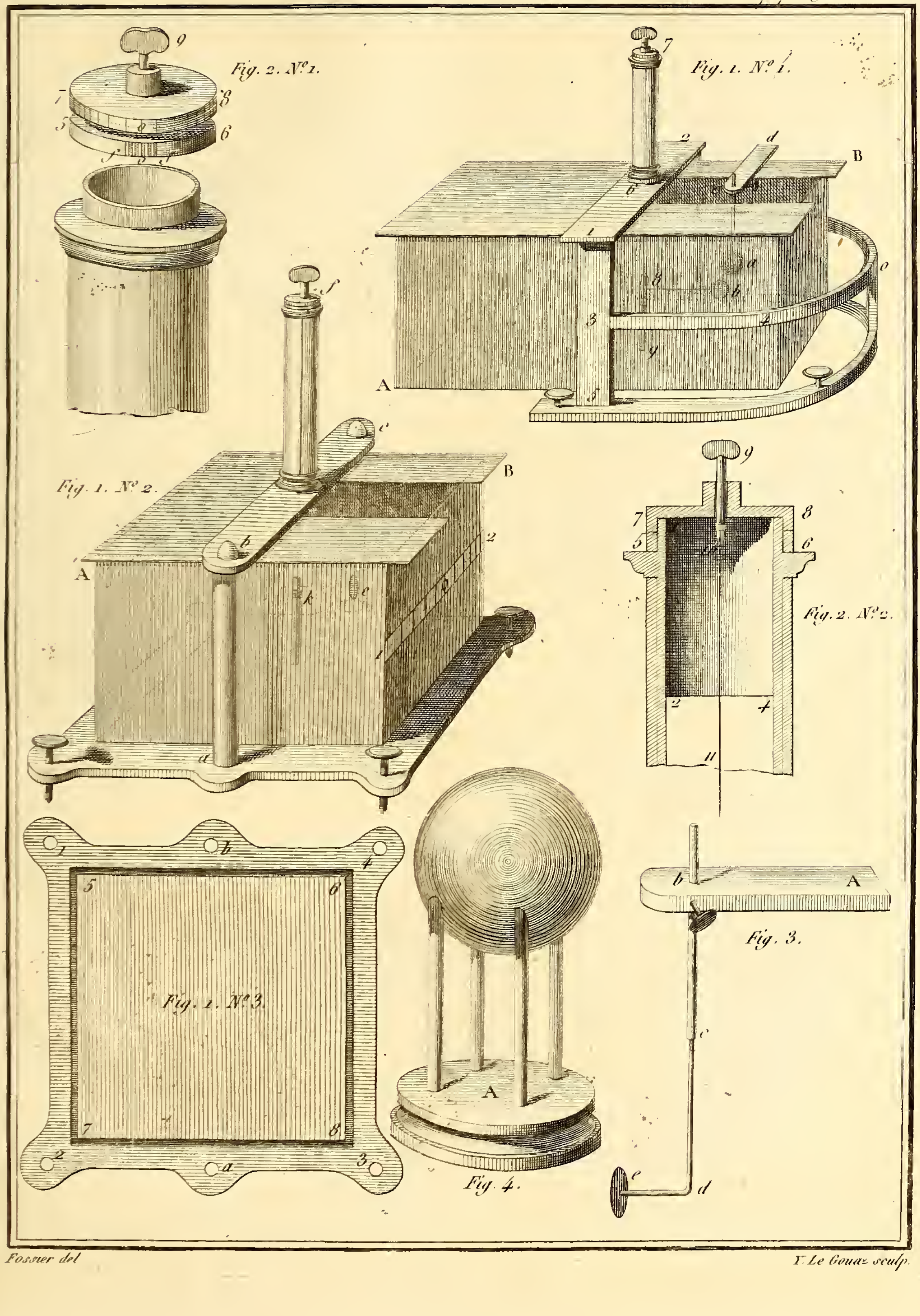
$$R = 4\,r.$$

XXXIV.

APPLIQUONS les formules qui précèdent à un exemple dont nous avons eu le résultat par les expériences rapportées, sous la forme de table, à l'*art. XI:* en supposant l'action du gros globe sur le point de contact $= D$.

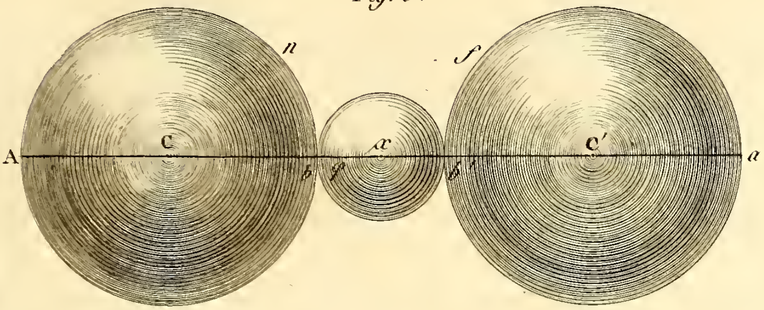
Comme $R = 4\,r$, l'on trouve $A = 0{,}24$, & $B = 0{,}89$; ainsi $a = 3{,}00 + 0{,}07 \frac{D}{D'}$, & $b = -2{,}00 + 0{,}82 \frac{D}{D'}$, d'où résulte $\frac{D'}{D} = 1{,}36$.

Substituant à présent les valeurs de a, de b & de D, dans la formule $D' (\frac{a}{2} + \frac{b}{3})$, qui exprime la densité moyenne, l'on trouvera cette densité égale à $1{,}42\,D$, qui est un peu plus grande que la quantité $1{,}30$, qui a été donnée, *art. XI*, par les expériences; mais il faut remarquer que nous avons supposé l'action D du gros globe C égal à sa densité moyenne, comme si le fluide électrique étoit répandu uniformément sur ce globe : or comme il est un peu repoussé par l'action du petit globe, son action sur le point de contact sera moindre que sa densité moyenne. Ainsi, dans la comparaison de la densité moyenne du petit & du gros globe, l'on a dû avoir, d'après cette observation, un rapport un peu plus petit que celui que nous venons de



Fossier del Y. Le Gouaz sculp.

Fig. 6.



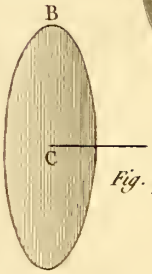


Fig. 7.

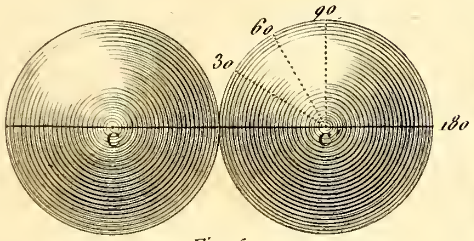


Fig. 5

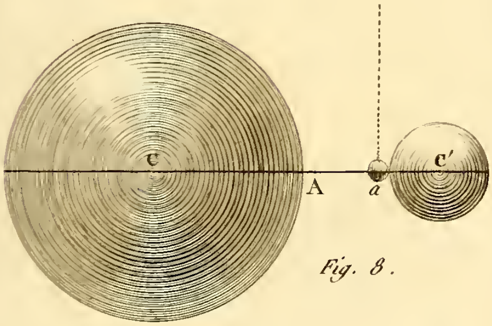


Fig. 8.

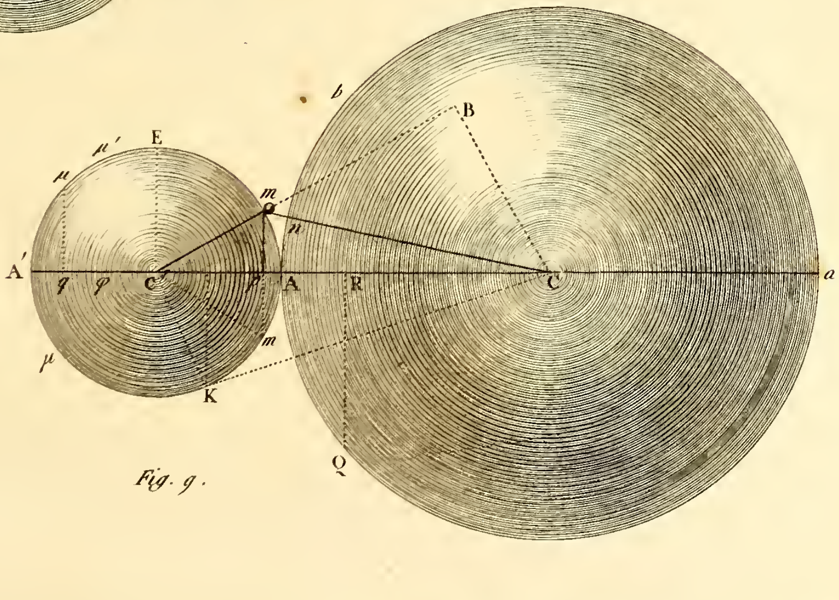


Fig. 9.

trouver, ce qui, comme l'on voit, eſt conforme à l'expérience.

Pour avoir, d'après la denſité moyenne *D'*, la denſité du point *A'* à l'extrémité de l'axe d'uu petit globe, il faut, comme nous l'avons déjà dit, que l'action d'un petit globule que l'on placeroit en *A'*, fît équilibre à ſon point de contact à l'action des deux globes *C* & *C'*, ce qui donneroit

$$\delta = 1{,}42\ D + 0{,}89\ D = 2{,}31\ D,$$

quantité que nous avons trouvée par l'expérience, *art. XXVII*, 2,35 *D*, qui n'en diffère pas ſenſiblement.

Si l'on vouloit avoir quelque choſe de plus précis, il faudroit faire pour le gros globe un calcul analogue à celui que nous avons fait pour le petit globe, pour en déterminer l'action ſur le point de contact *A*, & mettre en équation les deux actions.

OBSERVATIONS

Sur l'irritabilité des organes ſexuels d'un grand nombre de Plantes.

Par M. DESFONTAINES.

ON appelle irritabilité, la propriété que la Nature a donnée à certains corps de ſe mouvoir d'eux-mêmes, principalement lorſqu'on les touche. Cette force contractile qui nous offre dans les animaux des phénomènes ſi étonnans & ſi variés, n'eſt point, comme on le croit communément, un attribut particulier qui les diſtingue; un grand nombre de plantes donnent auſſi des ſignes d'irritation plus ou moins ſenſibles, ſelon leur âge, leur vigueur, la partie qu'on touche ou qu'on irrite : divers auteurs en avoient déjà obſervé dans les feuilles & dans les corolles de pluſieurs plantes. M. Duhamel a décrit avec beaucoup d'exactitude les mouvemens curieux de la ſenſitive connus depuis bien de ſiècles. M. Bonnet, dans ſes recherches ſur l'uſage des feuilles, a prouvé qu'elles ſe mouvoient d'elles-mêmes, qu'elles préſentoient toujours leur ſurface à l'air libre, & qu'on ne ſauroit déplacer les branches d'un arbre ſans faire prendre aux feuilles de nouvelles poſitions. Linné a encore pouſſé plus loin que M. Bonnet ſes recherches ſur le même ſujet; ce naturaliſte célèbre a fait connoître les mouvemens journaliers des feuilles d'un nombre de plantes très-conſidérable, dans une diſſertation intitulée *Somnus plantarum*, & il a prouvé qu'ils étoient indépendans de l'état de l'atmoſphère. Le même auteur, après avoir obſervé qu'une grande quantité de fleurs s'ouvroient aſſez régulièrement à certaines heures du jour, a conçu l'idée auſſi agréable qu'ingénieuſe, d'en faire une eſpèce d'horloge qu'il a nommée horloge de

SIXIÈME MÉMOIRE
SUR L'ÉLECTRICITÉ.

Par M. COULOMB.

Suite des recherches ſur la diſtribution du fluide électrique entre pluſieurs corps conducteurs : détermination de la denſité électrique dans les différens points de la ſurface de ces corps.

I.

DANS notre *cinquième Mémoire*, dont celui-ci eſt la ſuite, nous avons tâché de déterminer la manière dont le fluide électrique ſe partage entre deux globes de différens diamètres mis en contact, & entre trois globes du même diamètre. Nous avons en même temps déterminé par l'expérience, ainſi que par la théorie, la denſité électrique de chaque point de la ſurface de ces globes lorſqu'ils ſont en contact. Nous allons actuellement chercher,

1.° Comment l'électricité ſe diſtribue entre un nombre quelconque de globes égaux mis en contact de manière que tous les centres ſoient en ligne droite;

2.° Comment le fluide électrique ſe diſtribue ſur les différentes parties d'un cylindre électriſé;

3.° Comment il ſe diſtribue entre un gros globe & une file de petits globes en contact avec ce gros globe;

4.° Dans quel rapport le fluide électrique ſe partage entre un gros globe & des cylindres de différens diamètres & de différentes longueurs, mis ſucceſſivement en contact avec le globe,

I I.

Détermination de la distribution du fluide électrique des six globes égaux mis en contact.

J'AI formé une ligne de six globes de deux pouces de diamètre, qui peuvent se séparer à volonté, un desquels, *C, fig. 1.ere*, est soutenu par un petit cylindre de gomme laque, & peut se placer soit dans la balance électrique, soit dans la file des globes. Après avoir, d'après les méthodes indiquées dans le *Volume de 1787, pages 421 & suivantes*, électrisé le petit plan de papier qui termine l'aiguille de la balance, j'électrise les six globes qui sont posés, *fig. 1.ere*, sur des supports idio-électriques : je place ensuite alternativement le globe *C* le premier & le deuxième de la file, & à chaque essai je le présente dans la balance à l'aiguille que j'ai soin de ramener à la même distance du centre du globe *C*: je fais ensuite la même opération en plaçant le globe alternativement le premier & le troisième dans la file ; par ces deux opérations, je détermine les rapports entre les quantités d'électricité que contiennent le premier, le deuxième & le troisième globe dans la file.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

Le globe C placé le premier dans la file, comparé avec le même globe placé le deuxième dans la file.

DANS chaque essai, lorsque le globe *C*, après avoir été tiré de la file, étoit placé dans la balance, l'on ramenoit l'aiguille, par la force de torsion, à 30 degrés du centre du globe *C*.

1.er Essai : le globe *C* placé en 2, ou le deuxième dans la file, & présenté ensuite dans la balance, a

chassé l'aiguille, qui a été ramenée à 30 degrés du centre de ce globe, par une force de torsion, tout compris, de . . . . 44$^{deg.}$

2.^{e} *Essai :* placé le premier dans la file . . . . . . 64.

3.^{e} *Essai :* placé le deuxième . . . . 40.

4.^{e} *Essai :* placé le premier . . . . 54.

5.^{e} *Essai :* placé le deuxième . . . . 34.

DEUXIÈME EXPÉRIENCE.

Le globe C placé le premier dans la file, comparé avec le même globe placé le troisième dans la file.

1.^{er} *Essai :* le globe *C* placé le troisième dans la file; le reste comme dans l'expérience qui précède la force de torsion, est de . . . . 81$^{deg.}$

2.^{e} *Essai :* placé le premier dans la file . . . . . 111.

3.^{e} *Essai :* placé le troisième . . . . 61.

4.^{e} *Essai :* placé le premier 85,

5.^{e} *Essai :* placé le troisième . . . . 51.

III.

Résultat des deux Expériences qui précèdent.

Les cinq essais dans chaque expérience, ont été faits à des intervalles de temps à peu-près égaux, pour qu'en prenant une moyenne entre le premier & le troisième essai, par exemple, cette moyenne pût se comparer avec le deuxième essai; la différence entre le résultat donné par l'expérience entre le premier & troisième essai, provenant de la diminution de l'électricité qui est occasionnée dans cet intervalle de temps par le contact de l'air, comme nous l'avons déjà observé dans les Mémoires qui précèdent.

Dans la première expérience, en prenant une valeur moyenne entre le premier & le troisième essai comparé au deuxième, l'on trouvera que la quantité d'électricité que

contient le premier globe, eſt à celle que contient le deuxième globe : : 64 : 42 . . . . : : 1,52 : 1,00.

Une moyenne entre le deuxième & quatrième eſſai, comparé au troiſième, donnera ce rapport : : 1,47 : 1,00.

Une moyenne entre le troiſième & cinquième, comparé au quatrième, donnera ce rapport . . . . : : 1,46 : 1,00.

Ainſi en prenant une valeur moyenne entre ces trois réſultats, l'on trouvera que dans notre file de ſix globes, la quantité d'électricité du premier globe eſt à celle du deuxième comme 1,48 eſt à 1,00.

Un calcul analogue entre le premier & le troiſième globe, donnera, d'après les eſſais de la deuxième expérience, que la quantité d'électricité que contient le premier globe dans la file des ſix globes, eſt à celle que contient le troiſième globe : : 1,56 : 1,00. En ſorte que la maſſe du fluide électrique diminue à peu-près d'un tiers du premier au deuxième globe, & ſeulement d'un quinzième du ſecond au troiſième.

I V.

Application de la théorie à cette expérience.

Il faut ſe reſſouvenir dans tous les articles de ce Mémoire, relatifs à la théorie, 1.° que le fluide électrique agit en raiſon inverſe du carré des diſtances de ſes parties.

2.° Qu'il ſe diſtribue ſur la ſurface des corps, mais qu'il ne pénètre pas au moins d'une manière ſenſible dans l'intérieur des corps. Nous avons prouvé la première propoſition dans notre premier Mémoire, *vol. de 1785;* la deuxième dans le quatrième Mémoire, imprimé en 1786. On peut la confirmer par une nouvelle expérience qui paroît déciſive: voici en quoi elle conſiſte. On iſole un corps conducteur que l'on électriſe; on lui forme enſuite une enveloppe coupée en deux parties, qui laiſſe en ſe réuniſſant un peu de jeu entr'elle & le corps. Que cette enveloppe ait ou non la même figure que le corps, peu importe au ſuccès

de l'expérience. Si l'on électrise le corps placé sur un isoloir, & qu'on le renferme entre ces deux parties de l'enveloppe, soutenues par deux bâtons idio-électriques, en retirant les deux enveloppes, on trouvera, au moyen de nos petits électromètres à suspension de soie, que toute l'électricité du corps a passé aux enveloppes, & que le corps, ou n'en conserve point, ou n'en conserve qu'une partie insensible.

Ces deux propositions étant admises, pour déterminer par approximation la quantité moyenne d'électricité que contient chaque globe dans notre file de six globes, je suppose, pour avoir une première approximation, que la masse électrique de chacun des globes est répandue uniformément sur la surface de ces globes, mais qu'elle est différente pour chaque globe, de manière que l'action électrique de tous les globes sur chaque point de contact soit en équilibre. Dans cette supposition, l'action d'une surface sphérique, dont tous les points ont la même densité D, agissant sur un point de la surface dont la masse électrique seroit μ, seroit représentée par $\Pi D \mu$; Π étant le rapport de la circonférence au rayon. Mais si la même surface sphérique dont le rayon est R, agit sur un point éloigné de la surface de la quantité a, l'action sur ce point sera représentée par $2 \Pi D \mu R^2 : (R + a)^2$: ainsi, en calculant dans notre expérience, *fig. 1*, l'action des six globes sur les points de contact a & a', l'on aura, en nommant $\overset{1}{\delta}$ la densité moyenne du fluide électrique sur le globe 1; $\overset{2}{\delta}$ la densité moyenne sur le globe 2; $\overset{3}{\delta}$ celle sur le globe 3, les deux équations suivantes :

1.^re Equation, équilibre en a.. $\overset{1}{\delta} = \overset{2}{\delta} + \frac{2\overset{3}{\delta}}{3^2} + \frac{2\delta}{5^2} + \frac{2\overset{2}{\delta}}{7^2} + \frac{2\overset{1}{\delta}}{9^2}$;

2.^e Equation, équilibre en a'. $\frac{2}{3^2}\overset{1}{\delta} = -\overset{2}{\delta} + \overset{3}{\delta} + \frac{2\overset{3}{\delta}}{3^2} + \frac{2\overset{2}{\delta}}{5^2} + \frac{2\overset{1}{\delta}}{7^2}$;

qui se réduisent à

1.^{ere} *Equation*...... $0{,}98\,\overset{1}{\delta} = 1{,}04\,\overset{2}{\delta} + 0{,}29\,\overset{3}{\delta}$,

2.^{e} *Equation*...... $0{,}18\,\overset{1}{\delta} = -\,0{,}92\,\overset{2}{\delta} + 1{,}22\,\overset{3}{\delta}$;

d'où l'on tire $\overset{1}{\delta} = 1{,}33\,\overset{2}{\delta}$; $\overset{1}{\delta} = 1{,}42\,\overset{3}{\delta}$.

Nous avons trouvé par l'expérience, $\overset{1}{\delta} = 1{,}48\,\overset{2}{\delta}$ & $\overset{1}{\delta} = 1{,}56\,\overset{3}{\delta}$; ainsi l'expérience donne le rapport de la densité moyenne du fluide électrique du premier globe aux deux autres, d'un dixième à peu-près plus grand que la théorie. Nous avions déjà eu ce résultat dans le Mémoire qui précède, pour trois globes égaux mis en ligne droite.

Il est facile de voir à quoi tient en plus grande partie la différence des résultats entre le calcul que nous venons de donner & l'expérience; dans le calcul qui précède nous avons supposé que la densité électrique est uniformément répandue sur chaque globe; mais dans la réalité cette densité est nulle, ou au moins insensible à tous les points de contact des globes, comme nous l'avons prouvé, *vol. de 1787, pag. 437 & suiv.* Dans le globe *2*, *fig. 1*, ainsi que dans tous les autres, excepté le premier & le dernier de la file; la densité électrique croît depuis le point de contact jusqu'en ^{2}d, placé vers le sommet de l'équateur, où est son *maximum*. Dans le premier & le dernier globe de la file, cette densité croît depuis le point de contact jusqu'au point *b*, pôle opposé: les lignes ponctuées dans notre figure, donnent à peu-près la forme de la courbe des densités.

Si nous cherchons à présent à déterminer l'équilibre au point *a*, en supposant que toute la masse du fluide électrique du globe 2, est réunie au point ^{2}d ou à l'équateur, & que celle du globe 1 est une quantité moyenne entre celle réunie au point ^{1}d & celle réunie au point *b*; la quantité

du fluide électrique répandue sur la surface de chaque globe, étant $2\pi d r^2$; π étant le rapport de la circonférence au rayon, le rayon du globe étant r, & δ la densité moyenne du fluide électrique, ou celle qui auroit lieu si le fluide électrique de chaque globe se répandoit uniformément sur la surface de ce globe, l'on auroit

$\frac{2\pi\overset{2}{\delta}}{2^{\frac{3}{2}}} = 0{,}70\,\pi . \overset{2}{\delta}$ pour l'action du fluide électrique du globe 2 sur le point a, dans la supposition que tout ce fluide seroit concentré à l'équateur; cette action évaluée dans la direction de l'axe a 1. Les autres globes éloignés du point de contact sur lequel l'on calcule l'équilibre d'action, peuvent, sans erreur sensible, être supposés agir comme si la masse de leur fluide électrique étoit au centre de chaque globe.

Quant au globe 1, dont on veut avoir l'action relativement au point a, sa densité moyenne étant $\overset{1}{\delta}$, si la masse de son fluide étoit concentrée au point de l'équateur d, son action seroit égale $0{,}70\,\pi\,\overset{1}{\delta}$; si elle étoit concentrée au point b, elle seroit.................. $0{,}50\,\pi\,\overset{1}{\delta}$: en la prenant moyenne entre ces deux quantités, elle sera $0{,}60\,\pi\,\overset{1}{\delta}$. L'on peut actuellement former dans cette nouvelle supposition deux équations; la première, qui exprime l'équilibre au point a, la deuxième, qui exprime l'équilibre au point $\overset{1}{a}$.

1.re *Equat.* $0{,}60\,\overset{1}{\delta} = 0{,}70\,\overset{2}{\delta} + 0{,}22\,\overset{3}{\delta} + 0{,}08\,\overset{3}{\delta} + 0{,}04\,\overset{2}{\delta} + 0{,}02\,\overset{1}{\delta}$.

2.e *Equat.* $0{,}22\,\overset{1}{\delta} = -0{,}70\,\overset{2}{\delta} + 0{,}70\,\overset{3}{\delta} + 0{,}22\,\overset{3}{\delta} + 0{,}08\,\overset{2}{\delta} + 0{,}04\,\overset{1}{\delta}$,

qui réduites donnent

$$\left(\frac{58}{74} + \frac{18}{62}\right) \overset{1}{\delta} = \left(\frac{30}{74} + \frac{92}{62}\right) \overset{3}{\delta},$$

d'où $\overset{3}{\delta} = 1,75 \overset{1}{\delta}$, l'expérience nous a donné $\overset{3}{\delta} = 1,56 \overset{1}{\delta}$. Ainsi, dans notre nouvelle supposition, le calcul donne $\overset{3}{\delta}$ d'un huitième à peu-près plus grand que l'expérience : dans notre première supposition du fluide électrique uniformément répandu sur chaque globe, nous trouvons $\overset{3}{\delta} = 1,42 \overset{1}{\delta}$; mais, ainsi que nous l'avons prouvé dans notre précédent Mémoire, le fluide électrique se distribue sur la surface des globes, suivant une forme moyenne entre celle de nos deux suppositions, la densité étant nulle au point de contact, & la masse du fluide n'étant pas en entier réunie à l'équateur ; ainsi, le rapport donné par l'expérience doit être à peu-près une quantité moyenne entre les résultats du calcul de nos deux suppositions. Nous avons, par la première supposition du fluide uniformément répandu sur la surface de chaque globe $\overset{3}{\delta} = 1,42 \overset{1}{\delta}$, par la deuxième supposition du fluide concentré à l'équateur $\overset{3}{\delta} = 1,75 \overset{1}{\delta}$, ce qui donne pour quantité moyenne $\overset{3}{\delta} = 1,58$: l'expérience donne 1,56. La correction indiquée par le calcul de cet article, s'appliquera facilement à toute la théorie de ce Mémoire.

V.

TROISIÈME EXPÉRIENCE.

De la manière dont le fluide électrique se distribue entre douze globes égaux de deux pouces de diamètre, mis en contact sur la même ligne.

LES détails dans lesquels nous sommes entrés en expliquant l'expérience précédente, suffisent, je crois, pour faire

faire entendre les procédés qu'il faut suivre ; ainsi pour ne pas grossir inutilement ce Mémoire, nous ne rapporterons dans toutes les expériences analogues, que les résultats. Dans une ligne, formée par douze globes de 2 pouces de diamètre, nous avons trouvé que la quantité de fluide électrique que contient le premier globe, est à celle que contient le deuxième : : 1,50 : 1,00 ; en comparant le premier globe avec le sixième ou avec celui du milieu, nous avons trouvé que la quantité de fluide électrique que prend le premier globe, est à celle que prend le sixième : : 1,70 : 1,00.

VI.

QUATRIÈME EXPÉRIENCE.

Distribution du fluide électrique entre vingt-quatre globes de 2 pouces de diamètre, mis en contact sur une même ligne.

EN comparant toujours par la même méthode le premier globe avec le deuxième, j'ai trouvé que la quantité d'électricité que contenoit le premier globe, étoit à celle que contenoit le deuxième : : 1,56 : 1,00 ; en comparant le premier & le douzième, ou celui du milieu, j'ai trouvé que la quantité de l'électricité que contenoit le premier globe de la file, étoit à celle du globe du milieu : : 1,75 : 1,00.

Résultat des deux dernières expériences.

Il résulte de ces deux expériences que, quel que soit le nombre des globes mis en contact sur une ligne droite, la densité moyenne varie considérablement du premier au deuxième globe, mais qu'ensuite elle varie très-lentement du deuxième jusqu'à celui du milieu : dans la quatrième expérience, nous avions une ligne formée de 24 globes. La densité moyenne du premier au deuxième globe, a diminué

dans le rapport de 1,56 à 1,00; mais, du second au douzième, elle n'a varié que dans le rapport de 1,75 à 1,56.

Si nous voulons appliquer ici les méthodes d'approximation qui précèdent, nous prendrons d'abord la ligne formée de douze globes, en nommant $\overset{1}{\delta}$ la densité moyenne du premier globe, $\overset{2}{\delta}$ celle du deuxième, $\overset{3}{\delta}$ celle du troisième, $\overset{4}{\delta}$ celle du quatrième, &c. nous aurons pour la première équation qui exprime l'équilibre au point *a*,

$$\overset{1}{\delta} = \overset{2}{\delta} + \frac{2}{3^2}\overset{3}{\delta} + \frac{2}{5^2}\overset{4}{\delta} + \frac{2}{7^2}\overset{5}{\delta} + \frac{2}{9^2}\overset{6}{\delta} + \frac{2\overset{6}{\delta}}{11^2} + \frac{2\overset{5}{\delta}}{13^2} + \frac{2\overset{4}{\delta}}{15^2} + \frac{2\overset{3}{\delta}}{17^2} + \frac{2\overset{2}{\delta}}{19^2} + \frac{2\delta}{21^2}.$$

Mais puisque les densités, depuis le deuxième globe jusqu'à celui du milieu, varient lentement, que d'ailleurs les coëfficiens diminuent suivant une série tres-convergente, à mesure que l'on s'éloigne de $\overset{2}{\delta}$; l'on peut, sans grande erreur, supposer $\overset{3}{\delta}$, $\overset{4}{\delta} = \overset{2}{\delta}$; d'où en sommant la série, l'on aura très-approchant $\overset{1}{\delta} = 1,41\ \overset{2}{\delta}$;

quantité moindre à peu-près d'un dixième que $\overset{1}{\delta} = 1,55\ \overset{2}{\delta}$ que nous a fourni l'expérience, différence produite, ainsi que nous l'avons expliqué, *article III*, par le fluide condensé au dernier globe à l'extrémité de l'axe; au lieu que dans les autres, c'est à l'équateur que le *maximum* de la condensation a lieu.

Pour déterminer à présent la quantité de l'électricité que contient le sixième globe, relativement au premier, je forme, d'après la méthode de l'*article IV*, un tableau

de cinq équations qui expriment l'état d'équilibre à tous les points de contact.

Voici ces cinq équations :

Au point a ... $-\overset{1}{\delta}+\overset{2}{\delta}+\frac{2}{3^2}\overset{3}{\delta}+\frac{2}{5^2}\overset{4}{\delta}+\frac{2}{7^2}\overset{5}{\delta}+\frac{2}{9^2}\overset{6}{\delta}$

$$+\frac{2}{11^2}\overset{6}{\delta}+\frac{2}{13^2}\overset{5}{\delta}+\frac{2}{15^2}\overset{4}{\delta}+\frac{2}{17^2}\overset{3}{\delta}+\frac{2}{19^2}\overset{2}{\delta}+\frac{2}{21^2}\overset{1}{\delta}=0,$$

Au point $\overset{1}{a}$ ... $-\frac{2}{3^2}\overset{1}{\delta}-\overset{2}{\delta}+\overset{3}{\delta}+\frac{2}{3^2}\overset{4}{\delta}+\frac{2}{5^2}\overset{5}{\delta}+\frac{2}{7^2}\overset{6}{\delta}$

$$+\frac{2}{9^2}\overset{6}{\delta}+\frac{2}{11^2}\overset{5}{\delta}+\frac{2}{13^2}\overset{4}{\delta}+\frac{2}{15^2}\overset{3}{\delta}+\frac{2}{17^2}\overset{2}{\delta}+\frac{2}{19^2}\overset{1}{\delta}=0,$$

Au point $\overset{2}{a}$ ... $-\frac{2}{5^2}\overset{1}{\delta}-\frac{2}{3^2}\overset{2}{\delta}-\overset{3}{\delta}+\overset{4}{\delta}+\frac{2}{3^2}\overset{5}{\delta}+\frac{2}{5^2}\overset{6}{\delta}$

$$+\frac{2}{7^2}\overset{6}{\delta}+\frac{2}{9^2}\overset{5}{\delta}+\frac{2}{11^2}\overset{4}{\delta}+\frac{2}{13^2}\overset{3}{\delta}+\frac{2}{15^2}\overset{2}{\delta}+\frac{2}{17^2}\overset{1}{\delta}=0,$$

Au point $\overset{3}{a}$ ... $-\frac{2}{7^2}\overset{1}{\delta}+\frac{2}{5^2}\overset{2}{\delta}-\frac{2}{3^2}\overset{3}{\delta}-\overset{4}{\delta}+\overset{5}{\delta}+\frac{2}{3^2}\overset{6}{\delta}$

$$+\frac{2}{5^2}\overset{6}{\delta}+\frac{2}{7^2}\overset{5}{\delta}+\frac{2}{9^2}\overset{4}{\delta}+\frac{2}{11^2}\overset{3}{\delta}+\frac{2}{13^2}\overset{2}{\delta}+\frac{2}{15^2}\overset{1}{\delta}=0,$$

Au point $\overset{4}{a}$ ... $-\frac{2}{9^2}\overset{1}{\delta}-\frac{2}{7^2}\overset{2}{\delta}-\frac{2}{5^2}\overset{3}{\delta}-\frac{2}{3^2}\overset{4}{\delta}-\overset{5}{\delta}+\overset{6}{\delta}$

$$+\frac{2}{3^2}\overset{6}{\delta}+\frac{2}{5^2}\overset{5}{\delta}+\frac{2}{7^2}\overset{4}{\delta}+\frac{2}{9^2}\overset{3}{\delta}+\frac{2}{11^2}\overset{2}{\delta}+\frac{2}{13^2}\overset{1}{\delta}=0.$$

Ces cinq équations entre six inconnues étant du premier degré, il est facile par les méthodes ordinaires de les réduire à une seule, qui représentera le rapport de la densité moyenne de deux globes pris à volonté dans notre ligne formée par 12 globes mis en contact; mais, comme nous n'avons pas besoin ici d'une précision beaucoup plus grande que celle fournie par l'expérience, nous remarquerons que les densités des différens globes ne varient pas considérablement, excepté du premier au deuxième globe; ainsi l'on peut prendre les densités intermédiaires comme égales, lorsqu'on ne les introduit dans le calcul qu'en petites

fractions; ainſi, pour avoir le rapport de la denſité d'un des globes de la ligne avec le premier, il faut faire en ſorte de combiner les équations, de manière que le coéfficient de la denſité dont on veut avoir l'évaluation, ſoit beaucoup plus grand que les autres; mais, ſi j'ajoute enſemble les cinq équations qui précèdent, j'aurai

$$0 = -1,38\,\overset{1}{\delta} - 0,33\,\overset{2}{\delta} - 0,07\,\overset{3}{\delta} + 0,07\,\overset{4}{\delta} + 0,33\,\overset{5}{\delta} + 1,36\,\overset{6}{\delta}$$
$$+ 0,38\,\overset{6}{\delta} + 0,16\,\overset{5}{\delta} + 0,10\,\overset{4}{\delta} + 0,07\,\overset{3}{\delta} + 0,05\,\overset{2}{\delta} + 0,04\,\overset{1}{\delta}.$$

Dans cette équation, on voit qu'il n'y a que les coéfficiens de $\overset{1}{\delta}$ & $\overset{6}{\delta}$ qui ſoient conſidérables : nous ſavons de plus que la denſité varie peu, excepté du premier au deuxième globe; ainſi nous pouvons ſuppoſer la denſité moyenne électrique, à peu-près la même dans les termes dont les coéfficiens ſont des fractions depuis le deuxième juſqu'au ſixième globe; il réſultera de cette ſuppoſition $1,34\,\overset{1}{\delta} = 2,16\,\overset{6}{\delta}$; d'où . . . . $\overset{1}{\delta} = 1,54\,\overset{6}{\delta}$.

L'expérience a donné $\overset{1}{\delta} = 1,70\,\overset{6}{\delta}$; en ſorte que le rapport de la quantité du fluide électrique du premier globe ſe trouve, relativement à celui du globe du milieu, d'un dixième à peu-près plus grand par l'expérience que par le calcul : réſultat conforme à tout ce que nous avons trouvé précédemment.

VII.

Diſtribution du fluide électrique ſur la ſurface d'un cylindre.

CINQUIÈME EXPÉRIENCE.

ON s'eſt ſervi dans cette expérience, pour ſuſpendre l'aiguille de la balance électrique, d'un fil d'argent doré, dont la force de torſion, ſous le même angle de torſion,

n'étoit que la vingtième partie de celle du fil de cuivre le plus fin, numéroté 12 dans le commerce, qui a servi dans les quatre expériences qui précèdent.

On a placé, *fig. 2, n.° 3*, un cylindre de 2 pouces de diamètre & 30 pouces de longueur, terminé par deux demi-sphères, sur un support idio-électrique. On a fait toucher ce cylindre électrisé par un petit plan de papier doré, soutenu par un fil de gomme laque que l'on introduisoit ensuite dans la balance suivant les procédés déjà indiqués dans notre cinquième mémoire, *volume de 1787, planche I.re figure 3*. Il a résulté de cette expérience, en touchant alternativement un point pris au milieu de la surface du cylindre & un point pris à l'extrémité, que la densité au milieu du cylindre est à celle à l'extrémité, comme 1,00 : 2,30.

En comparant un point au milieu du cylindre avec un point à 2 pouces de l'extrémité, l'on a trouvé la densité électrique au milieu du cylindre à celle à 2 pouces de l'extrémité, comme 1,00 : 1,25.

En comparant le point du milieu avec un point sur le grand cercle de la demi-sphère qui termine le cylindre ou au point *e*, à 1 pouce de son extrémité, on a trouvé les densités, comme 1,00 : 1,80.

Résultat de cette expérience.

Il résulte de cette expérience, que sur les deux derniers pouces à l'extrémité du cylindre, la densité électrique est beaucoup plus considérable que vers le milieu du cylindre; mais qu'elle varie peu depuis le milieu du cylindre jusqu'à deux pouces de son extrémité.

VIII.

Théorie de la distribution du fluide électrique sur la surface d'un cylindre isolé.

LORSQU'UN corps est chargé de fluide électrique, &

que ce fluide eſt en équilibre, il faut qu'en diviſant le corps en deux parties, & calculant l'action de ces deux parties ſur un point quelconque, cette action étant évaluée dans une même direction, il y ait équilibre. Ainſi il ſuffit, pour avoir les conditions d'équilibre du fluide électrique ſur la ſurface d'un cylindre, de calculer les conditions d'équilibre relativement à l'axe de ce cylindre.

PREMIER EXEMPLE.

Cylindre de deux pouces de diamètre & ſix pouces de longueur.

LE cylindre, *fig. 2, n.° 1*, a 2 pouces de diamètre & 6 pouces de longueur: on le diviſe aux points 1 & 2 par des plans perpendiculaires à l'axe, en trois parties égales; il eſt terminé par une demi-ſphère aux deux extrémités. On ſuppoſe que la denſité moyenne ſur la ſurface de la partie *d a e* eſt $\overset{1}{\delta}$; que celle ſur la partie *d e g f* eſt $\overset{2}{\delta}$: celle de la partie *f g b* ſera la même que celle de *d a e*.

Mais l'action de la demi-ſphère *k a L* ſur le point 1, dans la direction *a* 1, eſt $\pi\,\delta\,(1 - \frac{1}{\sqrt{(2)}})$: le rayon du cylindre étant l'unité, & π le rapport de la circonférence au rayon; la portion du cylindre *d k L e*, dont la longueur eſt égale au rayon, a pour action ſur le point 1 dans la direction *a* 1, la quantité $\pi\,\delta\,(1 - \frac{1}{(\sqrt{2})})$: l'action de la portion *d e g f*, qui a 2 pouces de longueur ſur le même point 1 dans la direction oppoſée, eſt égale à $\pi\,\overset{2}{\delta}\,(1 - \frac{1}{\sqrt{(5)}}) = 0{,}55\,\pi\,\overset{2}{\delta}$; l'action de la portion *f b g*, ſur le même point 1, dans la même direction, peut ſans erreur ſenſible ſe calculer comme ſi elle étoit réunie au milieu de *2 b* ou à 3 pouces du point 1; ainſi

son action sur le point 1 est très-approchant $0{,}22\,\pi\,\delta$, d'où résulte pour exprimer l'équilibre au point 1 de toutes les actions évaluées suivant la direction de l'axe,

l'équation $0{,}59\,\overset{1}{\delta} = 0{,}55\,\overset{2}{\delta} + 0{,}22\,\delta$,

d'où résulte $\overset{1}{\delta} = 1{,}49\,\overset{2}{\delta}$.

DEUXIÈME EXEMPLE.

Cylindre de deux pouces de diamètre & de douze pouces de longueur.

Si le cylindre, *fig. 2, n.° 2*, avoit 12 pouces de longueur & qu'il fût terminé en demi-sphère à chaque extrémité, pour avoir une valeur approchée de la densité moyenne de ses différentes parties, on le diviseroit en 6 parties égales de 2 pouces chacune de longueur, & on chercheroit les conditions d'équilibre dans la direction de l'axe pour le point 1 & pour le point 2. Soit $\overset{1}{\delta}$ la densité moyenne sur la partie de la surface qui répond à *a* 1; $\overset{2}{\delta}$ la densité moyenne sur la surface qui répond à 12; $\overset{3}{\delta}$ sur la surface qui répond à 23; l'on aura, d'après ce qui est expliqué dans l'article qui précède, les deux équations suivantes.

Pour l'équilibre au point 1 :

1.re éq. $0{,}59\,\overset{1}{\delta} = 0{,}55\,\overset{2}{\delta} + 0{,}22\,\overset{3}{\delta} + 0{,}08\,\overset{3}{\delta} + 0{,}04\,\overset{2}{\delta} + 0{,}02\,\overset{1}{\delta}$.

Pour l'équilibre au point 2.

2.e éq. $0{,}22\,\overset{1}{\delta} = 0{,}55\,\overset{2}{\delta} + 0{,}55\,\overset{3}{\delta} + 0{,}22\,\overset{3}{\delta} + 0{,}08\,\overset{2}{\delta} + 0{,}04\,\overset{1}{\delta}$.

Ces deux équations se réduisent à

$$1.^{re} \ldots \; 0{,}57 \overset{1}{\delta} = 0{,}59 \overset{2}{\delta} + 0{,}30 \overset{3}{\delta},$$

$$2.^{e} \ldots \; 0{,}18 \overset{1}{\delta} = -0{,}47 \overset{2}{\delta} + 0{,}77 \overset{3}{\delta};$$

d'où résulte $\overset{1}{\delta} = 1{,}60 \overset{3}{\delta}$ & $\overset{1}{\delta} = 1{,}55 \overset{2}{\delta}$;

rapports un peu plus grands, mais qui se rapprochent cependant beaucoup de ceux que nous avons trouvés *art. II* & *III*, pour six globes égaux mis en contact sur une ligne droite. L'on sent en effet, d'après les observations que nous avons faites *art. IV*, dans la théorie de la distribution du fluide électrique sur six globes en contact & en ligne droite, que la densité étant presque nulle dans les points de contact des globes & dans les parties qui avoisinent, la distribution moyenne du fluide électrique sur chaque globe doit être à peu-près la même que sur un cylindre continu qui auroit 12 pouces de longueur, & qui seroit terminé par deux demi-sphères.

I X.

Seconde méthode d'approximation pour déterminer par la théorie, la distribution du fluide électrique le long de la surface d'un cylindre terminé par deux demi-sphères.

D'APRÈS les deux exemples qui précèdent, & d'après la théorie que nous avons donnée de la distribution du fluide électrique sur une ligne formée de douze globes de 2 pouces en contact, il est facile, en divisant un cylindre en un nombre de parties égales chacune à son diamètre, de déterminer la densité moyenne de chacune de ces parties; mais lorsque le cylindre a une grande longueur, la méthode suivante est suffisante, & simplifie beaucoup le calcul.

Je

Je prends pour exemple un cylindre de 30 pouces de longueur & 2 pouces de diamètre, *fig. 2, n.° 3.* Je diviſerai, pour avoir une première approximation, ce cylindre en trois parties inégales; la première formée de la demi-ſphère $e\,b\,f$, dont la denſité eſt $\overset{1}{\delta}$; la deuxième, de la portion cylindrique $e\,e'\,f\,f'$, ayant 2 pouces de longueur, dont la denſité eſt $\overset{2}{\delta}$; la troiſième depuis d' juſqu'en a, extrémité de l'axe du cylindre dont la denſité eſt $\overset{3}{\delta}$. Il faut à préſent calculer l'action de ces trois parties ſur les points d & d' ſuivant la direction de l'axe. L'on en tirera les deux équations approchées.

Première équation pour l'équilibre au point d:

$$\frac{\overset{1}{\delta}}{2} = \overset{2}{\delta}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{(5)}}\right) + \overset{3}{\delta}\left(\frac{1}{\sqrt{(5)}} - \frac{1}{29}\right).$$

Deuxième équation pour l'équilibre au point d':

$$\frac{\overset{1}{\delta}}{(2\tfrac{1}{2})^2} = -\,\overset{2}{\delta}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{(5)}}\right) + \overset{3}{\delta}\left(1 - \frac{1}{27}\right).$$

Le calcul de ces deux équations eſt fondé ſur ce que l'action de la ſurface demi-ſphérique $e\,b\,f$, ſur le point d qui eſt à ſon centre, eſt égal à $\frac{\pi\,\overset{1}{\delta}}{2}$; & ſur ce que l'action d'une portion de ſurface cylindrique, dont la denſité D eſt uniforme, agiſſant dans la direction de l'axe, eſt égale à $\pi\,D\,r\left(\frac{1}{(rr + aa)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{(rr + xx)^{\frac{1}{2}}}\right)$ dans laquelle a repréſente la diſtance du point où le cylindre commence, au point ſur lequel il agit; x repréſente la diſtance du point où le cylindre finit, au point ſur lequel il exerce ſon action; r eſt le rayon du cylindre; π le rapport de la circonférence au rayon: en appliquant cette formule

à notre exemple, l'on en tire les deux équations qui précèdent, d'où résulte $\overset{1}{\delta} = 2{,}09\,\overset{3}{\delta}$, & $\overset{2}{\delta} = 1{,}14\,\overset{3}{\delta}$.

Ainſi, par ce calcul approché, l'on trouve que la denſité moyenne du fluide électrique ſur la ſurface de la demi-ſphère qui termine le cylindre, eſt double de la denſité moyenne ſur la ſurface du cylindre. Si nous comparons ce réſultat avec la dernière expérience, *art. VII,* l'on a trouvé par cette expérience, que la denſité à l'extrémité de l'axe du cylindre ou au pôle de la demi-ſphère qui le termine, eſt à celle au milieu du cylindre : : 2,30 : 1,00; nous avons également trouvé, *même article,* que la denſité ſur le grand cercle de cette demi-ſphère eſt à celle au milieu du cylindre : : 1,80 : 1,00. Ainſi, en prenant une moyenne entre ces deux valeurs, dont l'une repréſente la plus grande denſité de la demi-ſphère, & l'autre la plus petite, cette denſité décroiſſant depuis le pôle de la demi-ſphère juſqu'à l'équateur, l'on aura le rapport de la denſité moyenne de la demi-ſphère à la denſité moyenne ſur le cylindre, comme $\frac{2{,}30 + 1{,}80}{2}$: 1,00 : : 2,05 : 1,00, preſque exactement la même quantité qui nous a été fournie par la théorie; ce qui doit effectivement avoir lieu, puiſque la denſité varie très-peu depuis le milieu du cylindre juſqu'à 2 ou 3 pouces de ſon extrémité. Nous donnerons dans la ſuite de ce Mémoire des méthodes d'approximations, pour déterminer d'une manière ſuffiſamment exacte dans la pratique, les loix de la variation de la denſité électrique le long de la ſurface d'un cylindre.

X.

De la manière dont le fluide électrique ſe diſtribue entre un certain nombre de globes égaux mis en contact ſur une même ligne terminée par un globe d'un plus grand diamètre.

LES expériences de cet article s'exécutent comme celles

qui précèdent; l'on met ſur des iſoloirs idio-électriques la file des petits globes de 2 pouces de diamètre, ainſi que le globe de 8 pouces. Un de ces petits globes ſe place à différens endroits de la ligne, & alternativement dans la balance.

X I.

SIXIÈME EXPÉRIENCE.

Diſtribution du fluide électrique entre trois globes en contact, l'un ayant 8 pouces de diamètre, & les deux autres 2 pouces de diamètre.

En ſuivant *fig. 3*, dans cette expérience les procédés des articles qui précèdent, j'ai trouvé qu'en ne plaçant que deux globes, 1 & 2, de 2, pouces de diamètre, dont les centres étoient placés en ligne avec celui du globe C de 8 pouces de diamètre, la quantité d'électricité dont ſe chargeoit le globe 2, le plus éloigné du gros globe, étoit à celle du globe 1 en contact avec le globe C :: 2,54 : 1,00.

X I I.

Théorie de cette Expérience.

Si l'on fait le calcul de cette expérience, en ſuppoſant, comme dans les articles qui précèdent, que la maſſe du fluide électrique de chaque globe eſt répandue uniformément ſur la ſurface de ce globe; ſi l'on repréſente par D la denſité moyenne du fluide électrique ſur la ſurface du gros globe C, par R le rayon de ce globe; ſi $\overset{1}{\delta}$ repréſente la denſité du fluide électrique de la ſurface du petit globe 1 en contact avec le gros globe; & ſi $\overset{2}{\delta}$ repréſente la denſité électrique de la ſurface du globe 2, dont le rayon eſt r, ’on aura les deux équations ſuivantes :

Dans le contact au point a;

$$1.^{ere} \text{ équation}, \; D = \overset{1}{\delta} + 0,22 \overset{2}{\delta}.$$

Dans le contact au point a';

$$2.^{e} \text{ équation}, \; \frac{2 D R^2}{(R + 2 r)^2} = - \overset{1}{\delta} + \overset{2}{\delta}.$$

Et comme dans notre expérience le globe C a 8 pouces de rayon, & les deux autres ſeulement 2 pouces, l'on aura, d'après ces deux équations,

$$\overset{2}{\delta} = 1,55 \, D, \; \overset{1}{\delta} = 0,67 \, D, \; \& \; \overset{2}{\delta} = 2,35 \, \overset{1}{\delta}.$$

Nous venons de trouver par l'expérience $\overset{2}{\delta} = 2,54 \, \overset{1}{\delta}$, quantité un peu plus grande que celle trouvée par la théorie; ce qui doit effectivement avoir lieu, ainſi que nous l'avons dit plus haut, en vertu de la condenſation du fluide électrique vers le point a', extrémité de l'axe du petit globe qui termine la file.

XIII.

SEPTIÈME EXPÉRIENCE.

Un globe de 8 pouces, & quatre globes de 2 pouces en contact.

L'ON a mis, *fig. 3*, quatre globes de 2 pouces de diamètre 1, 2, 3, 4, en contact avec le globe C, de 8 pouces de diamètre, & l'on a cherché le rapport des quantités d'électricité que prenoit un globe de 2 pouces placé ſucceſſivement en 1 & en 4. Par un réſultat moyen entre ſix obſervations alternatives, l'on a trouvé qu'en plaçant 4 petits globes de 2 pouces à la file en contact avec le globe C', la quantité du fluide électrique que prenoit un petit globe de 2 pouces placé à l'extrémité de la file en 4, étoit à celle du globe 1, immédiatement en contact avec le globe de 8 pouces C, comme 3,40 : 1,00.

XIV.

Résultat & Théorie de la septième Expérience.

POUR calculer par la théorie la septième expérience, où nous avons mis en contact quatre globes de 2 pouces avec un globe de 8 pouces, l'on formera, d'après les méthodes que nous avons déjà expliquées, quatre équations qui exprimeront l'état d'équilibre aux points $a, \overset{1}{a}, \overset{2}{a}, \overset{3}{a}$. Soit, comme à l'*article précédent*, D la densité moyenne du fluide électrique sur la surface du gros globe C', dont le rayon est R; $\overset{1}{\delta}$ la densité moyenne sur la surface du globe 1; $\overset{2}{\delta}$ celle sur le globe 2; $\overset{3}{\delta}$ celle sur le globe 3; $\overset{4}{\delta}$ celle sur le globe 4, comme dans notre expérience $R = 4r$: nous aurons les quatre équations.

Première équation. L'équilibre au point a donne

$$D = \overset{1}{\delta} + 0{,}22\,\overset{2}{\delta} + 0{,}08\,\overset{3}{\delta} + 0{,}04\,\overset{4}{\delta}.$$

Deuxième équation. L'équilibre au point a',

$$0{,}89\,D = -\overset{1}{\delta} + \overset{2}{\delta} + 0{,}22\,\overset{3}{\delta} + 0{,}08\,\overset{4}{\delta}.$$

Troisième équation. L'quilibre au point a'',

$$0{,}50\,D = -0{,}22\,\overset{1}{\delta} - \overset{2}{\delta} + \overset{3}{\delta} + 0{,}22\,\overset{4}{\delta}.$$

Quatrième équation. L'équilibre au point a''',

$$0{,}32\,D = -0{,}08\,\overset{1}{\delta} - 0{,}22\,\overset{2}{\delta} - \overset{3}{\delta} + \overset{4}{\delta}.$$

Pour résoudre ces quatre équations, ajoutons la première à la quatrième, & la deuxiéme à la troisième, nous aurons;

1.ère & 4.ème $\quad 1{,}32\,D = 0{,}92\,\overset{1}{\delta} - 0{,}92\,\overset{3}{\delta} + 1{,}04\,\overset{4}{\delta}.$

2.ème & 3.ème $\quad 1{,}39\,D = -1{,}22\,\overset{1}{\delta} + 1{,}22\,\overset{3}{\delta} \ldots$

Il eſt clair que dans cette opération, le coéfficient de $\overset{2}{\delta}$ diſparoît dans les deux réſultats, & que dans chaque équation, $\overset{1}{\delta}$ & $\overset{3}{\delta}$ ont le même coéfficient; ainſi, diviſant le premier réſultat par 0,92, le deuxième par 1,22, ajoutant l'un à l'autre, nous aurons

$$\left(\frac{1,32}{0,92} + \frac{1,39}{1,22}\right) D = \left(\frac{1,04}{0,92} + \frac{0,30}{1,22}\overset{4}{\delta}\right);$$

d'où l'on retirera $\overset{4}{\delta} = 1,88\ D$.

Si l'on ſubſtitue cette valeur de $\overset{4}{\delta}$ dans les trois premières équations, & que l'on continue l'opération pour déterminer les valeurs de $\overset{3}{\delta}$, $\overset{2}{\delta}$, $\overset{1}{\delta}$, l'on trouvera

$\overset{1}{\delta} = 0,60\,D$; $\overset{2}{\delta} = 1,06 D$; $\overset{3}{\delta} = 1,28\,D$; $\overset{4}{\delta} = 1,88\,D$;

d'où réſulte $\frac{\overset{4}{\delta}}{\overset{1}{\delta}} = \frac{1,88}{0,60} = 3,13$: mais nous avons trouvé par l'expérience $\overset{4}{\delta} = 3,40\,\overset{1}{\delta}$; ainſi le rapport donné par notre théorie eſt, comme l'on voit, plus petit à peu-près d'un dixième de celui que fournit l'expérience; ce qui eſt conforme à tout ce que nous avons trouvé précédemment, & aux réflexions d'après leſquelles nous avons vu qu'il falloit corriger notre théorie.

Remarque.

Si nous ajoutons enſemble les denſités des quatre petits globes, & que nous prenions le quart de cette ſomme, nous aurons la denſité moyenne des quatre petits globes, en ſuppoſant que la ſomme des denſités ſoit diſtribuée uniformément ſur les quatre globes. Cette denſité moyenne ſeroit égale à $\frac{0,60\,D + 1,06\,D + 1,28\,D + 1,88\,D}{4} = 1,205\,D$.

X V.

HUITIÈME EXPÉRIENCE.

POUR confirmer la théorie qui précède, j'ai tâché de déterminer d'une manière directe par l'expérience, le rapport entre la denſité du gros globe *C* de 8 pouces de diamètre, & celle du petit globe 4 qui termine la ligne dans la ſuppoſition précédente de cinq globes en contact. Voici le procédé que j'ai ſuivi dans cette comparaiſon.

Je déterminois d'abord comme dans l'expérience précédente, la denſité du globe 4 placé à l'extrémité de la file; je ſéparois enſuite le globe *C* de la file des quatre petits globes, ſans en détruire l'électricité; & je faiſois toucher le gros globe par le globe 4 que je préſentois enſuite dans la balance électrique, pour déterminer d'une manière directe la quantité d'électricité que ce globe 4 prenoit par un contact immédiat avec le gros globe. D'après ce procédé, j'ai trouvé que le globe 4 placé à l'extrémité de la file des petits globes, prenoit une quantité d'électricité qui étoit à celle qu'il prenoit lorſqu'on le mettoit ſeul en contact immédiat avec le globle *C* iſolé, :: 1,60 : 1,00. Nous trouvons ce rapport par la théorie :: 1,88 : 1,00; mais la théorie, comme nous avons vu dans la ſuppoſition de la denſité uniforme ſur la ſurface de chaque globe, le donne néceſſairement trop petit, & d'après les réflexions & les expériences qui précèdent, la théorie corrigée auroit donné très-approchant ce rapport comme :: 2,00 : 1,00. Pour évaluer le réſultat de l'expérience, il faut à préſent ſe reſſouvenir, ainſi que nous l'avons vu dans le Mémoire qui précède, qu'un globe de 2 pouces mis en contact avec un globe de 8 pouces, prend une denſité moyenne, plus grande que celle du globe de 8 pouces, dans le rapport de 1,30 à 1,00. Ainſi, pour avoir le véritable rapport entre la denſité du globe 4 placé le dernier dans la file, & celle du globe *C'*, il faut multiplier

1,60 *D*, qui repréſente la denſité qu'a priſe le globe 4, en touchant le globe *C* par 1,30, & l'on trouvera par expérience, entre la denſité moyenne du petit globe 4 placé le dernier dans la file, & entre la denſité moyenne de la ſurface du globe de 8 pouces, le rapport comme 2,08 : 1,00, preſque exactement le même que celui qui vient d'être donné par la théorie corrigée.

XVI.

NEUVIÈME EXPÉRIENCE.

Un globe de 8 pouces de diamètre, mis en contact avec une ligne de 24 petits globes de 2 pouces chacun de diamètre, formant une longueur de 48 pouces.

DANS cette expérience, l'on compare les différens globes qui forment la ligne au vingt-quatrième, c'eſt-à-dire, à celui qui termine la ligne.

Vingt-quatrième comparé au vingt-troiſième.

En comparant le dernier à l'avant-dernier, c'eſt-à-dire, le vingt-quatrième globe de 2 pouces au vingt-troiſième, l'on a trouvé par une moyenne entre ſix eſſais, que la quantité de l'électricité, ou la denſité moyenne du fluide électrique ſur la ſurface du vingt-quatrième globe, étoit à celle du vingt-troiſième, comme . . . . 1,49 : 1,00.

Vingt-quatrième comparé au douzième.

En comparant le vingt-quatrième globe au douzième ou à celui placé au milieu de la ligne, l'on a trouvé la denſité moyenne du vingt-quatrième à celle du douzième globe, comme . . . . 1,70 : 1,00.

Vingt-quatrième comparé au deuxième.

En comparant le vingt-quatrième avec le deuxième, l'on

l'on a trouvé que la quantité d'électricité moyenne du vingt-quatrième globe étoit à celle du deuxième, comme 2,10:10.

Vingt-quatrième comparé au premier.

En comparant le vingt-quatrième globe à celui immédiatement en contact avec le globe de 8 pouces, l'on a trouvé la quantité moyenne d'électricité du vingt-quatrième globe à celle du premier, comme.........3,72 : 1,00.

Le vingt-quatrième globe comparé au globe de 8 pouces.

Enfin, en comparant par la méthode corrigée, expliquée dans l'article qui précède, la densité moyenne de l'électricité du vingt-quatrième globe de 2 pouces avec celle du globe de 8 pouces, l'on a trouvé ce rapport, comme..............................2,16 : 1,00, qui ne diffère, comme l'on voit, que très-peu de celui que nous avions trouvé à l'article qui précède, pour le quatrième globe qui terminoit une ligne formée de 4 globes de 2 pouces en contact avec un globe de 8 pouces.

XVII.

Application du calcul aux expériences qui précèdent.

J'AI formé un tableau de 24 équations qui représentent, d'après la méthode des articles qui précèdent, l'état d'équilibre à tous les points de contact : ce tableau se trouvera à la fin de ce Mémoire. La réduction des 24 équations à deux inconnues, ne demande que de la patience, & n'a aucune difficulté ; mais comme la longueur du calcul pourroit fatiguer la plupart des physiciens, il est facile d'imaginer différentes méthodes d'approximation pour l'abréger ; en voici quelques-unes.

Si l'on prend dans notre tableau la vingt-quatrième équation, l'on remarquera, d'après l'expérience & d'après les observations théoriques qui précèdent, que la différence de la densité moyenne électrique entre le vingt-troisième

& le vingt-quatrième globe, eſt très-conſidérable, mais que la variation de denſité des globes décroît enſuite très-lentement du vingt-troiſième au vingt-deuxième globe, & conſécutivement du vingt-deuxième au vingt-unième; l'on remarquera de plus que dans cette vingt-quatrième équation, les coéfficiens décroiſſent très-rapidement. Ainſi l'on peut ſans grande erreur ſuppoſer dans cette vingt-quatrième équation, que la denſité moyenne de tous les petits globes, depuis le vingt-troiſième juſqu'au premier, eſt égale, & de-là réſultera

$$\overset{24}{\delta} = \overset{23}{\delta}\left(1 + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \frac{2}{7^2} + \&c. + \frac{2}{45^2}\right) + 0{,}013\, D.$$

Comme D eſt plus petit que $\overset{23}{\delta}$, on peut négliger $0{,}013\, D$, & l'on aura *

---

* Pour avoir d'une manière approchée la valeur de cette ſérie très-convergente, l'on peut ſe ſervir d'une méthode connue, très-ſimple, ſuffiſante dans la pratique.

L'on voit que les termes conſécutifs ayant le même numérateur, les dénominateurs ſuivent la progreſſion du carré des nombres impairs; ainſi, ſi l'on prend un des termes de la progreſſion à la diſtance m d'un autre terme, tel, par exemple, que $\frac{1}{7^2}$, cette ſomme intégrée comme formant une ligne courbe ordinaire, donneroit pour ſa différentielle

$$\frac{2\, dm}{(7 + 2\, m)^2},$$ & pour l'intégrale $k - \frac{1}{7 + 2\, m}$; ou $k = \frac{1}{7}$, parce que cette quantité doit s'évanouir quand $m = 0$. Ainſi, ſi les termes conſécutifs de la ſérie différoient peu l'un de l'autre, cette intégrale repréſenteroit aſſez exactement la ſomme de la ſérie. Mais il faut remarquer, pour corriger cette valeur, que, ſi, *fig. 4*, $\overset{1}{c}$, $\overset{2}{c}$, &c. $\overset{m}{c}$, repréſente la courbe que nous venons d'intégrer, dont la baſe $1\, m$ eſt diviſée en parties égales à l'unité; & ſi l'on conſtruit ſur les diviſions de cette baſe, chaque terme de la ſérie, ces termes ſeront repréſentés par les parallélogrames $1\,2\, \overset{1}{c}\, \overset{1}{b}$, $2\,3\, \overset{2}{c}\, \overset{2}{b}$, &c.; ainſi chaque terme de la ſérie différera du terme correſpondant dans la différentielle de la ſurface de la courbe d'un petit triangle $\overset{1}{c}\, \overset{1}{b}\, \overset{2}{c}$; & ſi chaque élément $\overset{1}{c}\, \overset{2}{c}$, $\overset{2}{c}\, \overset{3}{c}$, &c. peut être pris pour une ligne droite, il eſt facile de voir que la ſomme de la ſérie diffère de l'intégrale de la courbe, d'une quantité égale à la ſomme de tous les petits triangles $\overset{1}{c}\, \overset{1}{b}\, \overset{2}{c}$, $\overset{2}{c}\, \overset{2}{b}\, \overset{3}{c}$, &c. plus au dernier terme de la ſérie, repréſenté dans la figure par le parallélogramme rectangle $m\ (m + 1)\ \overset{m}{c}\ \overset{m}{b}$. Mais la ſomme de ces petits triangles, plus la moitié du dernier terme ou du petit parallélogramme $\overset{m}{c}\, \overset{m}{b}\, m\ (m+1)$,

$\overset{24}{\delta} = \overset{23}{\delta}\left(1 + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \&c. + \frac{2}{45^2}\right) = 1,44\,\overset{23}{\delta}$, l'expérience nous a donné à l'article qui précède, $\overset{24}{\delta} = 1,49\,\overset{23}{\delta}$, qui diffère, comme l'on voit, très-peu du réſultat que fournit la théorie; mais il faut remarquer qu'ici les erreurs de ſuppoſition ſur leſquelles nous fondons nos calculs, ſe compenſent mutuellement; l'on fait la denſité moyenne du vingt-quatrième globe plus petite qu'elle n'eſt réellement, comme nous l'avons vu *art. IV;* mais l'on fait auſſi la denſité du vingt-troiſième globe trop petite, puiſqu'on ſuppoſe la même denſité depuis le vingt-troiſième juſqu'au premier globe, au lieu qu'elle va toujours en décroiſſant.

Si nous voulons avoir d'une manière approchée les valeurs des denſités $\overset{1}{\delta}\,\overset{2}{\delta}\,\overset{3}{\delta}$ relativement à D, nous ſuppoſerons que dans les quatre premières équations, les denſités ſont égales depuis $\overset{4}{\delta}$ juſqu'à $\overset{24}{\delta}$, & pour lors les quatre premières équations du tableau ſe réduiront, *fig. 3*, à

pour le point de contact *a*... $D = \overset{1}{\delta} + 0,22\,\overset{2}{\delta} + 0,08\,\overset{3}{\delta} + 0,14\,\delta$,

pour le point de cont. $\overset{1}{a}$. $0,89\,D = -\overset{1}{\delta} + .\,\overset{2}{\delta} + 0,22\,\overset{3}{\delta} + 0,22\,\overset{4}{\delta}$,

pour le point de cont. $\overset{2}{a}$. $0,50\,D = -0,22\,\overset{1}{\delta} - \overset{2}{\delta} + \overset{3}{\delta}\ldots + 0,44\,\overset{4}{\delta}$,

pour le point de cont. $\overset{3}{a}$. $0,32\,D = -0,08\,\overset{1}{\delta} - 0,22\,\overset{2}{\delta} - \overset{3}{\delta} + 1,44\,\overset{4}{\delta}$.

---

eſt égale à la moitié du premier terme ou du parallélogramme rectangle $\overset{1}{c}\,\overset{1}{b}$ 12 ; ainſi la ſomme des termes qui forme la ſérie, eſt égale à l'intégrale de la courbe, plus à la moitié du premier terme, plus à la moitié du dernier; ainſi dans notre exemple : $1 + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \frac{2}{7^2} + \&c. + \frac{2}{45^2} = 1 + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{45}\right) + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{45^2} = 1,44.$

Faiſons pour ces quatre équations les mêmes opérations que nous avons faites *art. XV*, & nous aurons

$$\overset{1}{\delta} = 0,52\, D, \overset{2}{\delta} = 0,92\, D; \overset{3}{\delta} = 1,04\, D; \overset{4}{\delta} = 1,\ 14\, D.$$

Les valeurs $\overset{2}{\delta}$, $\overset{3}{\delta}$ & $\overset{4}{\delta}$ qui diffèrent peu l'une de l'autre, annoncent que, ſans une grande erreur, l'on a pu prendre depuis $\overset{4}{\delta}$ juſqu'à $\overset{24}{\delta}$ les denſités égales, puiſque les coéfficiens décroiſſent, ſuivant une ſérie très-convergente ; il eſt clair cependant que $\overset{4}{\delta}$, trouvé par cette opération, eſt un peu trop grand, puiſque les denſités vont en décroiſſant depuis $\overset{4}{\delta}$ juſqu'à $\overset{24}{\delta}$, & que dans notre ſuppoſition elles ſont égales.

Les denſités $\overset{1}{\delta}$, $\overset{2}{\delta}$, $\overset{3}{\delta}$, $\overset{4}{\delta}$, étant déterminées relativement à D, d'après les équations qui précèdent, ſi nous ſubſtituons leurs valeurs dans les cinquième, ſixième, ſeptième & huitième équations de notre tableau, & que nous ſuppoſions dans ces quatre équations toutes les autres denſités égales, depuis $\overset{8}{\delta}$ juſqu'à $\overset{24}{\delta}$, nous pourrons, en ſuivant le même procédé, déterminer, au moyen de ces quatre nouvelles équations, les denſités approchées de $\overset{5}{\delta}$, $\overset{6}{\delta}$, $\overset{7}{\delta}$, $\overset{8}{\delta}$; nous parviendrons enſuite, par la même méthode, à déterminer par approximation les valeurs de $\overset{9}{\delta}$, $\overset{10}{\delta}$, $\overset{11}{\delta}$, $\overset{12}{\delta}$, &c. Si d'après ces valeurs ainſi déterminées, nous voulions avoir celle de $\overset{1}{\delta}$, $\overset{2}{\delta}$, $\overset{3}{\delta}$, $\overset{4}{\delta}$, d'une manière plus approchée que nous ne les avons eues par la première opération, nous ſubſtituerions dans les quatre premières équations, les valeurs que nous aurions trouvées pour $\overset{5}{\delta}$, $\overset{6}{\delta}$, $\overset{7}{\delta}$, &c. & les quatre premières équations combinées enſemble,

nous donneroient pour lors d'une manière très-approchée les valeurs de $\overset{1}{\delta}$, $\overset{2}{\delta}$, $\overset{3}{\delta}$, &c., en ayant ſoin d'y introduire les corrections indiquées au commencement de ce Mémoire.

XVIII.

De la manière dont le fluide électrique ſe diſtribue entre un globe & des cylindres de différentes longueurs, mais de même diamètre.

Dixième Expérience.

L'on a électriſé un globe de 8 pouces de diamètre, l'on y a fait toucher une balle de 9 lignes de diamètre, iſolée & ſoutenue par un fil de gomme laque que l'on a introduit à l'ordinaire dans la balance; l'aiguille a été chaſſée à 28 degrés, avec une force de torſion, tout compris, de 154 degrés.

L'on a fait tout de ſuite toucher ce globe de 8 pouces par un cylindre de 2 pouces de diamètre & de 30 pouces de longueur, & en retirant le cylindre, l'on a fait toucher le globe par la petite balle de 9 lignes de diamètre que l'on a introduite de nouveau dans la balance; l'aiguille a été chaſſée à la même diſtance que la première fois avec une force, tout compris, de 68 degrés.

XIX.

Réſultat de cette expérience.

Le globe de 8 pouces avant le contact du cylindre, a une quantité de l'électricité que nous trouvons repréſentée par 154 degrés; mais il faut remarquer que dans l'intervalle des obſervations, la quantité d'électricité diminuoit d'un quarantième par le contact de l'air; ainſi pour comparer la première obſervation à la deuxième, il faut réduire à 150 degrés la quantité d'électricité de la pre-

mière obſervation. Mais nous trouvons que par le contact du cylindre, ces 150 degrés ſe réduiſent à 68 degrés; ainſi, par le contact, le cylindre a pris 82 degrés de la maſſe électrique du globe, & ne lui en a laiſſé que 68 degrés, en ſorte que la quantité du fluide électrique du cylindre à celle du globe, eſt après ce partage, : : 82 : 68, : : 1,21 : 1,00.

Pour avoir actuellement le rapport des denſités moyennes du fluide électrique répandu ſur la ſurface du cylindre à la denſité du fluide électrique ſur la ſurface du globe, l'on remarquera que le globe ayant 8 pouces de diamètre, & le cylindre 2 pouces de diamètre & 30 pouces de longueur, la ſurface du cylindre eſt à celle du globe, : : 60 : 64; ainſi les denſités moyennes du fluide électrique répandu uniquement ſur la ſurface des corps, étant égales à la quantité de ce fluide diviſée par la ſurface, la denſité moyenne de ce fluide ſur la ſurface du cylindre, ſera à celle ſur la ſurface du globe, : : $\frac{1,21}{60}$: $\frac{1,00}{64}$, : : 1,29 : 1,00.

Par une moyenne priſe entre beaucoup d'autres expériences, l'on peut évaluer ce rapport, : : 1,30 : 1,00.

XX.

Onzième Expérience.

L'on a déterminé par la même méthode, la quantité d'électricité, que prenoit un cylindre qui n'avoit que la moitié ou même le tiers de la longueur du premier; & l'on a trouvé, en ſuivant les procédés de l'expérience précédente, que la denſité moyenne d'un cylindre de 15 pouces & même de dix pouces de longueur, étoit à la denſité moyenne du même fluide ſur le globe de 8 pouces, à peu-près dans le même rapport que nous venons de trouver pour le globe de 8 pouces lorſqu'il partage ſon fluide électrique avec un cylindre de 30 pouces de longueur.

Il faut ſeulement remarquer que, lorſque le globe eſt très-gros relativement au cylindre, & que ce cylindre a très-peu de longueur, pour lors la denſité moyenne du petit cylindre, relativement à celle du globe, ſera beaucoup moins grande que lorſque le cylindre aura beaucoup de longueur; ainſi, par exemple, lorſque j'ai mis en contact avec un globe de 8 pouces, un petit cylindre de 5 à 6 lignes de longueur & de 2 lignes de diamètre, la denſité moyenne du fluide électrique ſur la ſurface de ce cylindre, étoit à celle du globe à peu-près dans le rapport de 2 à 1; mais ſi je mettois en contact avec ce même globe, un cylindre de 2 lignes de diamètre & de plus de 6 pouces de longueur, la denſité moyenne du cylindre étoit à celle du globe de 8 pouces, à peu-près : : 8 : 1. L'on verra dans la ſuite que la théorie s'accorde avec ce réſultat.

XXI.

Remarque.

Il eſt facile de ſentir que la théorie doit donner à peu-près les réſultats qui nous ont été fournis par les expériences qui précèdent; car, ſi l'on ſuppoſe que l'on mette ſucceſſivement notre globe de 8 pouces en contact avec un cylindre de 30 pouces, & enſuite avec un cylindre de 15 pouces, en électriſant ce globe à chaque fois, de manière qu'après le contact avec les deux cylindres, il conſerve dans les deux cas la même quantité d'électricité, il faudra, puiſqu'il y a équilibre, que la quantité d'électricité & ſa diſtribution ſur le cylindre de 15 pouces, ſoient telles, que ſon action ſur le point de contact avec le globe, ſoit la même que celle du cylindre de 30 pouces; mais comme l'action eſt en raiſon inverſe du carré des diſtances dans le cylindre de 30 pouces, toutes les parties placées au-delà de 15 pouces ſe trouvent à une diſtance aſſez conſidérable du point de contact, pour que leur action ne ſoit qu'une quantité très-petite, relativement à l'action

des 15 premiers pouces qui avoisinent le contact. Ainsi pour conserver l'équilibre dans les deux suppositions, la quantité du fluide électrique du gros globe étant supposée la même, il faut que le fluide sur les premiers 15 pouces produise, dans les deux cas, à peu-près la même action; ainsi, il faut que le fluide électrique y soit à peu-près en égale quantité, & distribué à peu-près de même. Par conséquent, le rapport de la densité moyenne entre le globe & les cylindres, doit être à peu-près le même dans les deux cas.

XXII.

De la manière dont le fluide électrique se partage entre un globe électrisé & des cylindres de différens diamètres, mais de même longueur.

COMME les expériences destinées à cet article s'exécutent exactement par les mêmes méthodes que celles qui précédent, je ne rapporterai ici que les résultats.

Le globe de 8 pouces de diamètre placé sur des supports idio-électriques, étant électrisé, l'on a fait toucher ce globe par trois différens cylindres de trente pouces de longueur.

Le premier cylindre a 2 pouces de diamètre; le deuxième cylindre a 1 pouce de diamètre; le troisième cylindre a seulement 2 lignes de diamètre.

L'on détermine d'abord la quantité d'électricité du globe avant qu'il ait été touché par un cylindre; l'on détermine ensuite sa quantité d'électricité après qu'il a été touché par ce cylindre; la différence de ces deux quantités d'électricité, donne celle que prend le cylindre dans le contact, qui, comparée avec celle qui reste au globe, donne le rapport entre la quantité d'électricité du globe & la quantité d'électricité moyenne du cylindre après le contact : mais comme le fluide électrique est répandu, comme nous l'avons prouvé, seulement sur la surface des corps, l'on aura la densité de ce fluide, en divisant sa quantité par la surface du corps.
En

En ſuivant cette méthode de réduction, il a réſulté de beaucoup d'expériences, que la denſité moyenne ſur la ſurface d'un globe de 8 pouces étant repréſentée par le nombre . . . . 1,00.

Celle d'un cylindre de deux pouces de diamètre & 30 pouces de longueur ſeroit repréſentée par 1,30.

Celle d'un cylindre d'un pouce de diamètre par . . . 2,00.

Celle d'un cylindre de 2 lignes de diamètre par . . . 9,00.

Dans ces réſultats, le cylindre de 2 lignes de diamètre n'ayant que la douzième partie du diamètre du premier, la denſité moyenne du fluide électrique qui couvre la ſurface eſt 7 à 8 fois plus conſidérable que celle du cylindre de deux pouces de diamètre; d'où il réſulte que cette augmentation de denſité ne ſuit pas exactement le rapport des diamètres des cylindres, mais un rapport plus petit. Dans la pratique, il m'a paru que l'on auroit d'une manière ſuffiſamment exacte les denſités de différens cylindres, mis en contact avec un globe dont la denſité électrique ſeroit une quantité conſtante, en les ſuppoſant entr'elles en raiſon inverſe de la puiſſance $\frac{4}{5}$ du diamètre des cylindres; puiſſance qui varie & paroît s'approcher de l'unité, lorſque l'on compare entr'eux des cylindres dont le diamètre eſt très-petit relativement à celui du globe, & qui eſt plus petite que l'unité, à meſure que les diamètres du cylindre augmentent relativement à celui du globe. Nous venons en effet de trouver que la denſité électrique d'un globe dont le diamètre eſt 4 fois plus conſidérable que celui d'un cylindre, étant repréſentée par D, la denſité moyenne du cylindre eſt égale à 1,30 D; mais l'on trouve par des expériences analogues à celles dont nous venons de rapporter le réſultat, que lorſque le diamètre du globe eſt ſeulement deux fois plus grand que celui du cylindre, la denſité moyenne du cylindre ſera égale à 0,85 D: ſi enfin le diamètre du globe eſt égal à celui du cylindre, nous trouverons la denſité électrique moyenne du cylindre égale à 0,60 D.

XXIII.

I.^re REMARQUE.

Le raiſonnement, indépendamment de tout calcul, annonce le réſultat qui précède; c'eſt-à-dire que, d'après le raiſonnement, l'on aperçoit que la denſité moyenne de deux cylindres de différens diamètres, ne doit pas ſuivre exactement l'inverſe des diamètres, mais un rapport un peu plus petit.

Prenons deux cylindres égaux en longueur, dont les diamètres ſoient comme 2 : 1, & mettons-les ſucceſſivement en contact avec un globe électriſé; ſuppoſons que la quantité d'électricité primitive de ce globe ait été telle qu'après le contact il ait conſervé dans les deux cas la même quantité d'électricité : ſi l'on diviſe les cylindres en un grand nombre de parties égales en longueur, pour qu'il y ait équilibre aux points de contact du globe & des cylindres, il faut, puiſque l'action du globe eſt la même dans les deux cas, que chaque partie correſpondante, & de la même longueur dans les deux cylindres, ait la même force électrique pour faire équilibre à celle du globe. Mais il faut remarquer que les deux cylindres étant en contact avec le globe par l'extrémité de leurs axes, le fluide électrique répandu ſur la ſurface des deux cylindres agira, dans les parties qui avoiſinent le globe, plus directement ſur le point de l'axe en contact avec le globe dans un cylindre d'un petit diamètre, que dans un cylindre d'un grand diamètre; ainſi il ne faudra pas pour l'équilibre, préciſément la même quantité de fluide électrique ſur la ſurface d'un cylindre d'un petit diamètre, que ſur la ſurface d'un cylindre d'un plus grand diamètre; ainſi la denſité ſur la ſurface du globe étant ſuppoſée la même après le contact des deux cylindres, la denſité moyenne du fluide électrique ſur la ſurface du petit cylindre, ne ſera pas à celle d'un plus grand cylindre tout-à-fait en raiſon inverſe du diamètre des cylindres, &

la variation de ce rapport sera d'autant plus grande, que le diamètre de cylindre sera plus grand relativement à celui du globe.

XXIV.

Deuxième remarque.

Il se présente ici une observation très-intéressante, c'est celle de l'action des pointes, ou des cylindres d'un très-petit diamètre appliqués par leur extrémité à un corps électrisé. L'expérience apprend qu'un corps ainsi armé d'une pointe, perd rapidement la plus grande partie de son électricité. Les résultats qui précèdent rendent raison de ce phénomène.

Nous trouvons en effet par l'expérience, qu'un cylindre de deux lignes de diamètre & de 30 pouces de longueur, mis en contact avec un globe de 8 pouces, s'enveloppe d'un fluide électrique dont la densité moyenne est 9 fois plus considérable que celle du globe. Mais nous avons vu plus haut, *art. VII, quatrième expérience,* que lorsqu'un cylindre est électrisé & terminé par une demi-sphère du même diamètre que le cylindre, la densité du fluide électrique à l'extrémité de l'axe du cylindre étoit à celle sur le milieu du cylindre, : : 2,30 : 1,00. Ce rapport doit même être plus grand, ainsi que le raisonnement & l'expérience l'indiquent, lorsque ce cylindre a beaucoup de longueur & qu'une de ses extrémités est en contact avec un gros globe; ainsi en supposant le cylindre de 2 lignes de diamètre, arrondi à son extrémité en demi-sphère, la densité électrique à l'extrémité de l'axe de ce cylindre, seroit à celle sur la surface du globe, de 8 pouces, comme neuf fois 2,30 est à 1,00, comme 20,7 est à 1,0 : mais comme l'air est un corps d'une idio-électricité imparfaite dont toutes les parties mobiles ne résistent à la communication & à la pénétration du fluide électrique, qu'autant qu'elle n'est portée qu'à un très-petit degré de densité, il en r sulte

qu'en faiſant toucher l'extrémité de notre cylindre de 2 lignes de diamètre, au globe de 8 pouces chargé d'électricité, le fluide électrique doit s'échapper par l'extrémité du cylindre avec d'autant plus de rapidité, que la denſité électrique ſera plus forte; & cette denſité électrique étant encore très-grande à l'extrémité du cylindre, dans le temps qu'elle ſera preſque inſenſible ſur la ſurface du globe, le globe doit ſe dépouiller très-promptement de preſque toute ſon électricité. Ceci ne contrarie en rien la loi que nous avons trouvée dans notre troiſième Mémoire, qui nous adonné le décroiſſement ſucceſſif de la denſité des petits globes proportionnel à la denſité, parce que, ainſi que nous l'avons dit pour lors, cette loi n'a lieu que lorſque la denſité électrique eſt peu conſidérable.

XXV.

De la manière dont le fluide électrique ſe partage entre des globes de différens diamètres, & un même cylindre.

En ſuivant dans les expériences & dans leur réduction les mêmes méthodes que dans les articles qui précèdent, l'on trouvera que, lorſque les globes ſont d'un diamètre beaucoup plus grand que celui du cylindre, comme par exemple huit fois & au-delà, les denſités électriques des différens globes en contact avec le cylindre étant ſuppoſées égales à une même quantité D, les denſités du fluide électrique qui enveloppera le cylindre ſeront entr'elles comme le diamètre des globes; en ſorte, par exemple, que ſi l'on prend notre globe de 8 pouces en contact avec un cylindre d'un pouce, nous avons vu à l'*article XXII*, que la denſité du globe étant D, celle du cylindre étoit à peu-près $2 D$: mais ſi au lieu d'un globe de 8 pouces l'on mettoit en contact avec le même cylindre un globe dont le diamètre ſeroit de 24 pouces, & dont la denſité du fluide électrique répandu ſur la ſurface de ce globe, ſeroit, comme dans le premier cas, égale à D, la denſité électrique moyenne du fluide

électrique qui envelopperoit le cylindre, seroit à peu-près égale à $6D$.

XXVI.

Résultat des Expériences qui précèdent.

Si d'après les expériences qui précèdent, l'on veut avoir le rapport entre la densité électrique du fluide répandu sur la surface d'un globe & celle d'un cylindre d'un diamètre quelconque en contact par son extrémité avec ce globe, il suffira d'observer que puisque pour un même globe & différens cylindres, d'après l'*article XXII*, les densités électriques des différens cylindres seront entr'elles en raison inverse de la puissance $\frac{4}{5}$ des diamètres du cylindre; puissance qui se rapproche beaucoup de l'unité, lorsque le globe a un diamètre beaucoup plus grand que celui du cylindre, pour différens globes & le même cylindre, si le diamètre des globes est beaucoup plus grand que celui du cylindre, la densité du cylindre suivra le rapport du diamètre des globes : en supposant D la densité du globe, R son rayon, δ la densité moyenne du cylindre, r son rayon, l'on aura généralement $\delta = \frac{mDR}{r^{\frac{4}{5}}}$, ou $\frac{mDR}{r}$ lorsque R est beaucoup plus grand que r. Dans cette équation, m est un coéfficient constant, que l'on déterminera facilement par l'expérience.

Si en effet l'on observe que lorsque nous avons mis, *article XXXIII*, un globe de 4 pouces de rayon en contact avec un cylindre de 30 pouces de longueur & de 2 lignes de diamètre, nous avons eu pour la densité moyenne du fluide électrique qui enveloppe le cylindre $\delta = 9D$; on verra que dans cet exemple notre équation $\delta = \frac{mDR}{r}$, en substituant à la place de $\frac{R}{r}$ le nombre 48, donnera $\delta = 48\,mD = 9D$; d'où résulte $m = \frac{9}{48}$.

XXVII.

Application de ce résultat au cerf-volant électrique.

LORSQUE par un temps orageux l'on élève un cerf-volant, dont la corde est conductrice ou tressée avec un fil de métal, l'on sait qu'au moment du passage d'un nuage chargé de fluide électrique dans la région où se trouve le cerf-volant, si l'extrémité inférieure de la corde est isolée, ou attachée à un corps idio-électrique, la corde du cerf-volant lance des étincelles électriques de tout côté, & ces étincelles se portent avec la plus grande violence & le plus grand danger sur tous les corps conducteurs qui avoisinent cette corde: il est facile de voir que ce phénomène résulte nécessairement des expériences qui précèdent & de la formule que l'on en a tirée.

Supposons, pour servir d'exemple, que le nuage chargé de fluide électrique a la forme d'un globe de mille pieds de rayon; que la corde du cerf-volant a une ligne de rayon; que δ est la densité moyenne sur la surface de la corde: l'équation $\delta = \frac{m D R}{r}$ donnera ici $\delta = \frac{9}{48}\, 1000.\, 12^2 D = 27000\, D$. Mais nous avons vu, *art. VII, 4.^e^ expérience*; que la densité électrique, à l'extrémité d'un cylindre électrisé, terminé en demi-sphère, étoit à la densité moyenne du cylindre, : : 2,30 : 1,00. Ainsi la densité électrique à l'extrémité de la corde, seroit égale à 62000 *D*, ou soixante-deux mille fois plus grande que la densité électrique du fluide qui est supposé envelopper le nuage. Il doit donc nécessairement arriver, comme il arrive effectivement, que le fluide électrique condensé à ce degré de densité le long de la corde du cerf-volant, étincelle de tout côté, sur-tout vers l'extrémité de cette corde ou vers son attache inférieure, & se porte avec violence à des distances souvent de plusieurs pieds sur tous les corps conducteurs qui avoisinent.

XXVIII.

Détermination théorique de la densité des différens points & de la densité moyenne d'un cylindre mis en contact par son extrémité avec un globe d'un plus grand diamètre que ce cylindre.

Cylindres de différens diamètres & de même longueur.

Le moyen d'approximation le plus simple pour déterminer le rapport entre la densité électrique de la surface du globe & celle du cylindre, lorsque le cylindre a beaucoup de longueur, est de diviser toute la longueur du cylindre en parties égales à son diamètre, & de regarder chaque partie comme un petit globe du même diamètre, de chercher, comme l'on a fait plus haut, *article XVII*, les conditions d'équilibre dans tous les points de contact. Voici deux autres méthodes d'approximation.

XXIX.

Première Méthode.

Premier Exemple.

Cylindre de 30 pouces de longueur, 2 pouces de diamètre, en contact par son extrémité avec un globe de 8 pouces de diamètre.

Si je veux déterminer la densité moyenne ou la densité du fluide électrique sur le milieu d'un cylindre de 2 pouces de diamètre & de 30 pouces de longueur, en contact par son extrémité avec un globe de 8 pouces de diamètre, je supposerai ce cylindre terminé par deux demi-sphères, & divisé en quinze parties égales au diamètre du cylindre; je calculerai l'action à chaque division, comme si la ligne étoit formée de quinze petits globes de 2 pouces de diamètre

chacun. D'après cette ſuppoſition, les quinze premières équations de notre tableau nous donneroient la denſité de chaque petit globe qui forme la ligne : mais ſi l'on veut avoir la denſité moyenne électrique approchée, il faut déterminer cette denſité vers le milieu du cylindre ou vers le huitième globe. Pour ſimplifier le calcul, il faut obſerver que, d'après notre tableau, ſi l'on ajoute enſemble les huit premières équations, le coéfficient de $\overset{8}{\delta}$ ſera plus grand que le coéfficient des termes qui en ſont éloignés ; que d'ailleurs la variation de la denſité d'un globe à l'autre vers le milieu de la ligne eſt peu conſidérable. Si d'après ces réflexions, l'on réunit enſemble les huit premières équations, l'on aura pour tous les termes qui ſuivent $\overset{7}{\delta}$, les ſéries ſuivantes :

$$\overset{8}{\delta}\left(1 + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \frac{2}{7^2} + \&c. + \frac{2}{15^2}\right) = \overset{8}{\delta}\left(1{,}30 + \frac{1}{7} - \frac{1}{15} + \frac{2}{7^2} + \frac{1}{15^2}\right).$$

$$\overset{9}{\delta}\left(\ldots\ \frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \frac{2}{7^2} + \&c. + \frac{2}{17^2}\right) = \overset{9}{\delta}\left(0{,}30 + \frac{1}{7} - \frac{1}{17} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{17^2}\right).$$

$$\overset{10}{\delta}\left(\ldots\ldots\ \frac{2}{5^2} + \frac{2}{7} + \&c. + \frac{2}{19^2}\right) = \overset{10}{\delta}\left(0{,}08 + \frac{1}{7} - \frac{1}{19} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{19^2}\right)$$

$$\overset{11}{\delta}\left(\ldots\ldots\ldots\ \frac{2}{7^2} + \&c. + \frac{2}{(21)^2}\right) = \overset{11}{\delta}\left(+ \frac{1}{7} - \frac{1}{21} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{21^2}\right).$$

$$\overset{12}{\delta}\left(\ldots\ldots\ldots\ \frac{2}{9^2} + \&c. + \frac{2}{23^2}\right) = \overset{12}{\delta}\left(\ldots\ldots\ \frac{1}{9} - \frac{1}{23} + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{23^2}\right)$$

$$\overset{13}{\delta}\left(\ldots\ldots\ldots\ \frac{2}{11^2} + \&c. + \frac{2}{25^2}\right) = \overset{13}{\delta}\left(\ldots\ldots\ \frac{1}{11} - \frac{1}{25} + \frac{1}{11^2} + \frac{1}{25^2}\right)$$

$$\overset{14}{\delta}\left(\ldots\ldots\ldots\ \frac{2}{13^2} + \&c. + \frac{2}{27^2}\right) = \overset{14}{\delta}\left(\ldots\ldots\ \frac{1}{13} - \frac{1}{27} + \frac{1}{13^2} + \frac{1}{27^2}\right)$$

$$\overset{15}{\delta}\left(\ldots\ldots\ldots\ \frac{2}{15^2} + \&c. + \frac{2}{29^2}\right) = \overset{15}{\delta}\left(\ldots\ldots\ \frac{1}{15} - \frac{1}{29} + \frac{1}{15^2} + \frac{1}{29^2}\right).$$

Tous les premiers termes de cette équation repréſentent la ſomme des coéfficiens des huit premières équations du tableau ; le ſecond terme à droite repréſente chaque ſérie qui

qui forme ces coéfficiens, sommée d'après la méthode que nous avons expliquée dans la note du quinzième article.

Actuellement la variation de la densité des petits globes qui avoisinent le globe $\overset{8}{\delta}$ étant peu consiérable, & les coéfficiens diminuant rapidement à mesure que l'on s'éloigne de $\overset{8}{\delta}$, l'on peut, par approximation, prendre toutes les densités égales depuis $\overset{8}{\delta}$ jusqu'à $\overset{15}{\delta}$, ce qui donnera pour la somme de nos séries l'equation définitive,

$$\overset{8}{\delta}\left(1,68+\frac{3}{7}+\int\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\&c.+\frac{1}{15}\right)-\int\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{17}+\&c.+\frac{1}{29}\right)+\frac{3}{7^2}\right.$$
$$\left.+\int\left(\frac{1}{7^2}+\frac{1}{9^2}+\&c.\ \frac{1}{29^2}\right)+\frac{1}{15^2}\right.$$

L'on sommera les séries par approximation, soit en prenant des valeurs moyennes, que l'on multipliera par le nombre des termes, soit en suivant, comme nous allons le faire, la méthode que nous avons donnée, *note de l'article XV*, qui donnera

$$\int\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\&c.+\frac{1}{15}\right)=\frac{1}{2\mu}\log.\left(\frac{15}{7}\right)+\frac{1}{14}+\frac{1}{30},$$

où μ est le module du système logarithmique : par la même méthode $\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{17}+\&c.+\frac{1}{29}\right)=\frac{1}{2\mu}\log.\frac{29}{15}$ $+\frac{1}{30}+\frac{1}{58}$; l'on aura de plus

$$\int\left(\frac{1}{7^2}+\frac{1}{9^2}+\&c.+\frac{1}{29^2}\right)=\frac{1}{7}-\frac{1}{29}+\frac{1}{7^2}+\frac{1}{29^2};$$

ainsi en réunissant toutes ces valeurs, & faisant μ égal à 0,434, module du système logarithmique des tables-ordinaires, la somme de tous les coéfficiens des huit premières équations de notre tableau, depuis $\overset{8}{\delta}$ jusqu'à $\overset{15}{\delta}$, donnera $2,40\,\overset{8}{\delta}$.

Pour compléter l'équation, il faut ajouter enſemble tous les termes qui, dans les huit premières équations précèdent $\overset{8}{\delta}$, depuis $\overset{7}{\delta}$ juſqu'à $\overset{1}{\delta}$. L'on remarquera, en examinant le tableau, que ſi toutes les denſités étoient égales depuis $\overset{7}{\delta}$ juſqu'à $\overset{1}{\delta}$, tous ces termes ſe détruiroient mutuellement, le coéfficient poſitif de $\overset{7}{\delta}$ étant égal au coéfficient négatif de $\overset{1}{\delta}$, & ainſi alternativement: l'on remarquera de plus, qu'excepté ces coéfficiens de $\overset{7}{\delta}$ & de $\overset{1}{\delta}$, les autres ſont très-petits; que d'ailleurs la variation de la denſité d'un globe à l'autre, ne croît rapidement que du premier globe dont la denſité eſt $\overset{1}{\delta}$, au ſecond globe dont la denſité eſt $\overset{2}{\delta}$. Ainſi l'on peut, ſans une grande erreur, ſuppoſer que tous les termes entre $\overset{7}{\delta}$ & $\overset{1}{\delta}$ ſe détruiſent mutuellement, & la valeur très-approchée de la ſomme de tous les termes qui précèdent $\overset{8}{\delta}$ dans les huit premières équations, ſera repréſentée par

$$(\overset{7}{\delta} - \overset{1}{\delta})\left(\frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \&c. + \frac{2}{13^2}\right) = 0{,}40\,(\overset{7}{\delta} - \overset{1}{\delta});$$

mais, d'après les obſervations qui précèdent, $\overset{7}{\delta}$ peut être pris pour $\overset{8}{\delta}$. Nous avons trouvé, *article XIV*, par approximation, $\overset{1}{\delta} = 0{,}52\,D$.

Ainſi, en prenant la ſomme des huit premières équations de notre tableau, nous aurons d'une manière approchée l'équation

$$D\left(1 + \frac{2R^2}{(R+2r)^2} + \frac{2R^2}{(R+4r)^2} + \&c. + \frac{2R^2}{(R+14r)^2}\right)$$

$$+ 0{,}21\,D = 2{,}80\,\overset{8}{\delta}.$$

Comme dans nos expériences & dans la ſuppoſition de cet exemple, $R = 4\,r$, il ne ſera pas très-long de calculer exactement la ſomme du premier terme; mais ſi on la détermine par la méthode d'approximation de l'*article XIV*, ce qui eſt très-ſuffiſant, l'on aura dans notre exemple,

$$D\left(1 + \frac{16}{6} - \frac{16}{18} + \frac{16}{6^2} + \frac{16}{18^2}\right) + 0{,}21\,D$$

$$= 3{,}48\,D = 2{,}80\,\overset{8}{\delta};$$

d'où réſulte finalement $\overset{8}{\delta} = 1{,}24\,D$, quantité que nous avons trouvée, par les expériences, égale à $1{,}30\,D$; ainſi la théorie & l'expérience ne diffèrent entre elles que par des quantités trop petites, pour que les opérations approchées qui précèdent puiſſent les évaluer.

XXX.

Deuxième Exemple.

Cylindre de trente pouces de longueur, deux lignes de diamètre, en contact par ſon extrémité avec un globe de huit pouces.

Si je veux comparer actuellement un cylindre de 30 pouces de longueur & de 2 lignes de diamètre, avec un globe de 8 pouces, à la place du cylindre je peux ſuppoſer une ligne formée de 180 petits globes de 2 lignes de diamètre, en contact par ſon extrémité avec ce globe. Ainſi, en ſuivant, d'après cette ſuppoſition, la méthode de l'exemple qui précède, je formerai une table de 180 équations analogue à celle de cet exemple; & en prenant la ſomme des 91 premières équations, j'aurai pour tous

les termes qui ſuivent $\overset{91}{\delta}$, la quantité

$$\overset{91}{\delta}\left(1,68 + \frac{3}{7} + \frac{3}{7^2} + \frac{1}{181} + \int\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \&c. + \frac{1}{181}\right)\right.$$
$$\left. - \int\left(\frac{1}{181} + \frac{1}{183} + \&c. + \frac{1}{359}\right) + \int\left(\frac{1}{7^2} + \frac{1}{9^2} + \&c. + \frac{1}{359^2}\right)\right):$$

en prenant les ſommes des ſéries, d'après la méthode expliquée à la note de *l'article XVII,* cette quantité ſe réduira à $3,70\ \overset{91}{\delta}$.

Si l'on calcule actuellement la ſomme des termes qui précèdent $\overset{91}{\delta}$, dans le même membre d'équation, on la trouvera égale à $0,46\left(\overset{90}{\delta} - \overset{1}{\delta}\right)$, en ſe conformant aux obſervations de l'article qui précède : mais $\overset{90}{\delta}$ peut être pris égal à $\overset{91}{\delta}$, & $\overset{3}{\delta}$ peut être ſans erreur ſenſible pour notre opération, calculé d'après les deux premières équations qui formeront le tableau : en ſuppoſant les denſités égales depuis $\overset{2}{\delta}$ juſqu'à $\overset{180}{\delta}$, ces deux premières équations ſeroient,

1^{re} *équat.* $D = \overset{1}{\delta} + \left(\frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \&c. + \frac{2}{359^2}\right)\overset{2}{\delta} = \overset{1}{\delta} + 0,46\ \overset{2}{\delta}$.

$2.^e$ *éq.* $1,84\,D = -\overset{1}{\delta} + \left(1 + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \&c. + \frac{2}{357^2}\right)\overset{2}{\delta} = -\overset{1}{\delta} + 1,46\overset{2}{\delta}$,

d'où réſulte $\overset{2}{\delta} = 48,D$ & $\overset{1}{\delta} = 0,32\ D$. Ainſi $0,46\overset{1}{\delta} = 0,15\ D$; ainſi, le ſecond membre de la ſomme des 91 premières équations, ſeroit égal à $(3,70 + 0,46)\ \overset{91}{\delta} - 0,15\ D$.

Reſte à calculer la ſomme du premier membre formé de l'addition des 91 premiers termes qui expriment l'action du gros globe; cette ſomme, d'après ce que nous avons dit à l'article qui précède, ſera repréſentée par la formule,

$$D\left(1 + (48)^2\left(\frac{2}{(48+2)^2} + \frac{2}{(48+4)^2} + \&c. + \frac{2}{228^2}\right)\right),$$

quantité égale d'après la méthode d'approximation de la note de l'*article XIV* à

$$D\left(1 + (48)^2\left(\frac{1}{50} - \frac{1}{228} + \frac{1}{50^2} + \frac{1}{228^2}\right)\right) = 38{,}18\ D.$$

Ainsi en comparant ce terme avec le deuxième membre, nous aurons $(38{,}18 + 0{,}15)\ D = 4{,}16\ \overset{91}{\delta}$, d'où résulte finalement $\overset{91}{\delta} = 9{,}21\ D$.

Nous avons trouvé, *article XXIV*, qu'en mettant un globe de 8 pouces de diamètre en contact avec un cylindre de 2 lignes de diamètre & de 30 pouces de longueur, si la densité du globe, après le contact, étoit D, la densité moyenne du cylindre étoit, d'après l'expérience, égale à 9,00 D. Ainsi, l'expérience dans cet exemple s'accorde avec la théorie aussi-bien que l'on peut l'attendre dans des recherches de ce genre: nous avons trouvé le même accord dans l'exemple qui précède entre la théorie & l'expérience, quoique le cylindre soit douze fois plus gros que dans l'expérience actuelle; ainsi la vérité des deux résultats se confirme l'un par l'autre.

XXXI.

Cylindres de différentes longueurs en contact avec le même globe.

Nous avons trouvé à l'*article XXIX*, que par la théorie l'on avoit la densité moyenne d'une ligne de 30 pouces de longueur, formés avec quinze petits globes de 2 pouces de diamètre en contact avec un globe de 8 pouces, égale à 1,24 D, où D exprime la densité de la surface du globe après le contact; mais nous avions trouvé, *remarque* de l'*article XIV*, qu'en mettant seulement quatre globes de 2 pouces de diamètre en contact avec le même globe de

8 pouces de diamètre, la denſité de la ſurface du globe étant D, la denſité moyenne pour la ligne des quatre globes, étoit par la théorie, égale à 1,21 D; ainſi la théorie nous apprend, que quelle que ſoit la longueur d'un cylindre ou d'une ligne formée par des petits globes du même diamètre que ce cylindre, la denſité moyenne eſt à peu-près égale ; réſultat conforme à celui donné par la dixième & la onzième expérience.

XXXII.

Remarque.

Il faut ſeulement remarquer, que lorſque les cylindres ont très-peu de longueur, & ſont d'un très-petit diamètre relativement à celui du gros globe, pour lors le petit cylindre prend une denſité moyenne beaucoup plus petite que celle que prendroit un cylindre du même diamètre, mais d'une plus grande longueur. Pour ſe convaincre de cette vérité, calculons la denſité de deux petits globes de 2 lignes ſeulement de diamètre chacun, formant une longueur de 4 lignes en contact par ſon extrémité avec un globe de 8 pouces de diamètre, cette ſuppoſition fourniroit les deux équations :

1.re équation. $D = \overset{1}{\delta} + 0{,}22\,\overset{2}{\delta}$.

2.me équation. $1{,}84\,D = -\overset{1}{\delta} + \overset{2}{\delta}$.

Il réſulte de ces deux équations, $\overset{1}{\delta} = 0{,}48\,D$, & $\overset{2}{\delta} = 2{,}36\,D$; ainſi la denſité moyenne du ſyſtème de 4 lignes de longueur, formée par les deux petits globes de 2 lignes chacun de diamètre, ſeroit égale à $\frac{(0{,}48 + 2{,}36)\,D}{2} = 1{,}42\,D$, quantité que nous avons trouvée à l'article XXX, égale à 9,21 D pour une ligne du même diamètre, mais de 30 pouces de longueur.

XXXIII.

Remarque.

Cette théorie confirmée par l'expérience, d'après les méthodes que nous avons expliquées plus haut, rend raison d'un résultat électrique connu depuis long-temps. L'on sait que, lorsqu'un globe électrisé est armé d'une aiguille ou d'une pointe, il perd rapidement son électricité, mais beaucoup moins promptement lorsque cette aiguille est très-courte. Voici l'explication de ce phénomène; la force coërcitive que l'air oppose à l'écoulement du fluide électrique étant limitée, plus la densité de ce fluide sera grande, plus le fluide s'écoulera rapidement. Ainsi, dans notre exemple, lorsque l'aiguille a 30 pouces de longueur & 2 lignes de diamètre, sa densité moyenne est égale à 9,21 D; mais elle est seulement égale à 1,42 D, lorsque le cylindre a 4 lignes de longeur; ainsi le fluide électrique doit s'échapper avec beaucoup plus de rapidité par la première aiguille que par la deuxième.

XXXIV.

Deuxième méthode d'approximation pour déterminer la variation de la densité électrique le long de la surface d'un cylindre en contact par son extrémité avec un globe.

Il est facile, d'après les observations qui précèdent, de trouver différens moyens d'approcher aussi près que l'on voudra, par le calcul, de la variation de la densité électrique le long de la surface d'un cylindre. Pour fixer l'imagination sur un exemple, prenons notre cylindre, *figure 7*, de deux pouces de diamètre & 30 pouces de longueur, & supposons-le comme dans cette figure, en contact par son extrémité avec un globe de 8 pouces. D'après tout ce que nous avons dit dans ce Mémoire & dans celui qui

précède, il eſt facile de voir que la denſité du fluide électrique eſt nulle dans le cercle de contact a' a du cylindre & du globe ; que pour le globe, la denſité électrique croît depuis le point a juſqu'au pôle oppoſé f' où eſt ſon *maximum;* que l'accroiſſement de cette denſité rapide ſur les 25 à 30 premiers degrés, en partant du point a, ſe ralentit enſuite conſidérablement, en ſorte que l'accroiſſement de la denſité électrique eſt preſqu'inſenſible depuis le point μ de l'équateur juſqu'au pôle f' : dans la ſurface cylindrique, la denſité eſt nulle ou au moins inſenſible au point a; elle croît enſuite rapidement ſur les deux ou trois premiers pouces, moins rapidement enſuite à meſure que l'on s'approche du milieu du cylindre, où ſe trouve à peu-près le *maximum* de cet accroiſſement; la variation de l'accroiſſement de la denſité augmente enſuite aſſez lentement juſqu'à deux ou trois pouces de l'extrémité, mais très-rapidement ſur ces deux derniers pouces. La diſtance, *figure 7*, de la ligne ponctuée au globe & au cylindre, indique à peu-près le lieu géométrique de la denſité électrique : en prenant le cercle $f\,k\,f'$, & la ligne $\overset{5}{a}\,a$ pour axe, les ordonnées $k\,i$, $n\,g$, $f'\,\varphi$; $\overset{1}{a}\,\overset{1}{m}$, $\overset{2}{a}\,\overset{2}{m}$, $\overset{3}{a}\,\overset{3}{m}$, &c. repréſenteront les denſités.

Si l'on diviſe actuellement le cylindre, *figure 7*, en un nombre quelconque de parties égales ou inégales, telles que $f\,1$; $1\,2$, $2\,M$, &c. en obſervant de faire très-courtes les parties où la variation de la denſité doit être conſidérable, il ſera facile de former à la place de la courbe $a\,\overset{1}{m}\,\overset{2}{m}\,\overset{3}{m}\,\overset{4}{m}\,\overset{5}{m}$ un polygone, en joignant les points a, $\overset{1}{m}$, $\overset{2}{m}$, $\overset{3}{m}$ &c. par des lignes droites. Dans ce polygone les denſités croîtront d'un point à un autre, ſuivant une ligne droite, & le polygone aura autant de côtés que le cylindre de diviſions; ainſi cherchant à chaque diviſion l'état d'équi-

libre

libre sur l'axe entre l'action de toutes les portions du cylindre, & l'action du globe qui le termine, nous aurons autant d'équations que le polygone a de côtés. Il sera par conséquent possible, & même facile, ainsi qu'on va le voir, de déterminer, relativement à l'axe, l'inclinaison de chaque côté du polygone, & par conséquent d'avoir la variation approchée de la densité.

XXXV.

Voici les principes du calcul pour chaque partie du cylindre : une portion (*figure 6*) BP d'une surface cylindrique agissant sur un point b de son axe, suivant l'inverse du carré des distances, la densité au point Q étant $Q\,d = \delta$, & croissant ensuite suivant la ligne $d\,M$, l'on demande l'action de cette surface sur le point b.

Soit $b\,B = a$; $b\,p = x$; $B\,p = x - a$, $\frac{\varphi\, m}{B\,p} = n$; que le rayon du globe soit R, celui du cylindre r, le rapport de la circonférence au rayon égal π; l'on aura pour l'action de la zone de superficie élémentaire qui répond à $p\,p'$, cette action évaluée dans la direction de l'axe, la quantité

$$[\delta + n(x - a)]\frac{\pi r x dx}{(rr + xx)^{\frac{3}{2}}} = \frac{(\delta - na)\pi r dx x}{(rr + xz)^{\frac{3}{2}}}$$

$$+ \frac{\pi r x^2 dx}{(rr + xx)^{\frac{3}{2}}} = (\delta - na)\frac{\pi r x dx}{(rr + xx)^{\frac{3}{2}}} + \frac{\pi r x^2 dx}{(rr + xx)}$$

$$- \frac{\pi r dx}{(rr + xx)^{\frac{1}{2}}} + \frac{\pi r dx}{(rr + xx)^{\frac{1}{2}}}, \text{ dont l'intégrale}$$

prise de manière qu'elle s'évanouisse, quand $x = a$ donnera, μ étant le module logarithmique;

$$\pi r\delta\left[\frac{1}{(rr + aa)^{\frac{1}{2}}} \quad \frac{-1}{(rr + xx)^{\frac{1}{2}}}\right] + \pi r n\left[\frac{a - x}{(rr + x^2)^{\frac{1}{2}}}\right]$$

$$+ \frac{n\pi r}{\mu}\log.\frac{x + (rr + xx)^{\frac{1}{2}}}{a + (rr + aa)^{\frac{1}{2}}}.$$

XXXVI.

JE ſuppoſe à préſent que je veux d'abord déterminer la variation de la denſité vers le milieu de mon cylindre, qui dans notre exemple a 2 pouces de diamètre & 30 pouces de longueur; ſi, *fig. 7*, je fais paſſer par le point $\overset{3}{m}$, que je ſuppoſe répondre au milieu de mon cylindre, une ligne $d\,\overset{3}{m}\,d'$ parallèle à l'axe du cylindre, il ſera facile de voir d'après toutes les obſervations qui précèdent, que la variation de la denſité vers le milieu $\overset{3}{a}$ ſuit à peu-près une ligne droite juſqu'à une aſſez grande diſtance de ce point; qu'ainſi l'action des points éloignés diminuant comme la raiſon inverſe du carré des diſtances, il ne peut réſulter qu'une petite erreur de la ſuppoſition que la ligne qui exprime la denſité, s'étend en ligne droite juſqu'aux extrémités du cylindre.

D'après cette réflexion, il ſera facile d'appliquer la formule à notre exemple, en remarquant qu'ici $a = 0$, & que la moitié de la longueur du cylindre repréſentée par x eſt beaucoup plus grande que r; ainſi l'on aura pour la valeur de l'action de la moitié du cylindre $M\,g$ ſur le point M, la quantité $\pi\, r\, \delta\, (\frac{1}{r} - \frac{1}{x}) - \pi\, r\, n + \frac{n\,\pi\, r}{\mu}$ log. $\frac{2\,x}{r}$. Pour avoir l'action contraire de l'autre moitié du cylindre $M f$, il faut faire la quantité n négative, puiſque la denſité décroît de $\overset{3}{a}$ vers a, ce qui donnera

$\pi\, r\, \delta\, (\frac{1}{r} - \frac{1}{x}) + \pi\, r\, n - \frac{n\,\pi\, r}{\mu}$ log. $2\, x$; ainſi l'action de tout le cylindre dans la direction $M f$ donnera

$\frac{2\, n\,\pi\, r}{\mu}$ log. $\frac{2\,x}{r} - 2\, n\, \pi\, r$; quantité qu'il faut égaler à l'action du globe C, qui, puiſque x eſt la moitié de la

longueur du cylindre, ſera $\frac{2\pi D R^2}{(R+x)^2}$; d'où réſulte finalement l'équation $\frac{2\pi D R^2}{(R+x)^2} = 2 n \pi r \log. \frac{2x}{r} - 2 n \pi r$, qui exprimera la variation $n r$ de la denſité au milieu du cylindre, ſur une longueur égale au rayon. Dans notre exemple, le diamètre du cylindre eſt de 2 pouces, ſa longueur de 30 pouces; le rayon du globe eſt de 4 pouces: ainſi $R = 4$, $r = 1$, $x = 15$, d'où réſulte $n = 0{,}018\, D$; c'eſt-à-dire que, ſur un pouce de longueur, la denſité électrique croît à peu-près vers le milieu du cylindre, de la cinquantième partie de celle du globe.

Si nous prenons pour ſecond exemple le cylindre d'une ligne de rayon, & de 30 pouces de longueur, dont nous avons déterminé la denſité moyenne par nos expériences, pour lors $R = 48\, r$, $x = 180\, r$, ce qui donne $n = 0\,09\, D$; c'eſt-à-dire que, dans un cylindre dont le diamètre ſeroit douze fois plus petit que le précédent, la denſité ſur une ligne de longueur croîtroit, au milieu du cylindre, de $\frac{9}{1000}$, & ſur 12 lignes de longueur; elle croîtroit par conſéquent ſix fois plus pour le cylindre de 2 lignes de diamètre que pour le cylindre de 2 pouces de diamètre.

Enfin, ſi nous prenons pour le rayon du cylindre un centième de ligne, nous trouverons que ſur un pouce de longueur, la denſité croît cinquante fois davantage que ſur un cylindre d'une ligne de rayon, & par conſéquent trois cents fois plus que ſur un cylindre de 2 pouces de diamètre.

Si les cylindres avoient une longueur beaucoup plus conſidérable que dans l'exemple qui précède, pour lors les variations de la denſité au milieu des deux cylindres, pour une même longueur d'un pouce, ſeroient entre elles dans un rapport plus approché de l'inverſe des diamètres des deux cylindres; ainſi, par exemple, ſi la longueur des cylindres étoit de 300 pouces, notre formule nous donneroit au milieu des

cylindres, la variation de la densité du cylindre d'une ligne de rayon à celle du cylindre d'un pouce de rayon, à peu-près : : 8 : 1 ; rapport qui étoit : : 6 : 1, lorsque la longueur des cylindres n'étoit que de 30 pouces.

XXXVII.

Si l'on veut, d'après la méthode des deux articles qui précèdent, déterminer d'une manière approchée les variations de la densité pour les différens points de notre cylindre $a\overset{5}{a}$, *fig. 7*, il faut diviser en différentes parties ce cylindre, & supposer que dans chaque partie la variation de la densité suit une ligne droite. Pour ne pas s'éloigner dans cette supposition beaucoup de la vérité, il faut que la première partie $a\overset{1}{a}$ soit très-courte. Ainsi le cylindre ayant 2 pouces de diamètre, je donnerois à cette première partie $a\overset{1}{a}$, 2 pouces de longueur; je donnerois à la deuxième $\overset{1}{a}\overset{2}{a}$, 4 pouces de longueur, à la troisième $\overset{2}{a}\overset{3}{a}$, 9 pouces; ce qui me conduit au milieu du cylindre. Je prends pour la variation de la densité, depuis le milieu $\overset{3}{a}$ du cylindre jusqu'à son extrémité $\overset{5}{a}$, celle qui m'a été donnée tout-à-l'heure; je cherche ensuite les conditions d'équilibre de ces quatre parties de cylindre relativement au point de contact f, & aux points 1 & 2 de l'axe du cylindre, ce qui fournit trois équations qui, combinées ensemble, déterminent la variation des densités à chaque division du cylindre, la courbe des densités considérée comme un polygone; & comme la densité du fluide électrique est nulle au point de rencontre du globe & du cylindre, il sera facile d'en conclure d'une manière approchée la densité électrique sur tous les points de la surface du cylindre.

L'on trouvera à la fin de ce Mémoire une application aſſez détaillée de cette méthode.

XXXVIII.

Détermination théorique du rapport des denſités électriques moyennes de deux cylindres d'un très-petit diamètre, d'une très-grande longueur, en contact par leur extrémité avec un gros globe.

Si l'on cherchoit la variation au milieu de deux cylindres, dont la longueur ſeroit 2 a, que nous ſuppoſons d'un diamètre différent, mais très-petit, relativement à celui du globe, l'on auroit d'après les formules qui précèdent, *article XXXVI*,

$$\frac{2\,D\,R^2}{(R+a)^2} = 2\,n\,r\left(\frac{\text{Log. } 2\,a}{\mu} - 1\right);$$

mais il faut remarquer que, pour tout cylindre de la même longueur, mais d'un autre diamètre, il n'y auroit dans cette formule que les quantités n & r qui varieroient, le diamètre du globe R, ainſi que la moitié de la longueur a des cylindres, étant ſuppoſés les mêmes; d'où réſulte que ſi $\overset{1}{n}$ repréſente la variation de la denſité au milieu du cylindre dont le rayon eſt $\overset{1}{r}$, & ſi $\overset{2}{n}$ repréſente la variation de la denſité au milieu du cylindre dont le rayon eſt $\overset{2}{r}$, les longueurs des deux cylindres étant les mêmes, l'on aura

$\overset{1}{n}\,\overset{1}{r} = \overset{2}{n}\,\overset{2}{r}$, ou $\dfrac{\overset{1}{r}}{\overset{2}{r}} = \dfrac{\overset{2}{n}}{\overset{1}{n}}$; c'eſt-à-dire que les variations des denſités au milieu des deux cylindres, ſeront entre elles comme l'inverſe des rayons.

Il eſt facile actuellement de ſentir que cette même

proportion doit avoir lieu, ſi l'on diviſe les deux cylindres égaux en longueur, dans un nombre de parties réciproquement égales, & que l'on compare dans les deux cylindres les parties correſpondantes chacune à chacune. En effet, l'on conçoit d'après les principes ſur leſquels ſont fondés tous les calculs qui précèdent, que ſi dans un des cylindres l'on a pour exprimer la variation à une diſtance quelconque a' du globe, la formule $\frac{2\,D\,R^2}{(R + a')^2} = \overset{1}{n}\ \overset{1}{r}\ A'$, A' étant une fonction de a', l'on aura, en prenant un point à égale diſtance du globe dans le deuxième cylindre, dont la longueur eſt diviſée en un nombre de parties égales à celles du premier, la formule $\frac{2\,D\,R^2}{(R + a')^2} = \overset{2}{n}\ \overset{2}{r}\ A'$, la quantité A' étant la même, puiſque la diſtance a & le nombre des diviſions ſont les mêmes; ainſi pour chaque point correſpondant, $\frac{\overset{1}{n}\ \overset{1}{r}}{\overset{2}{n}\ \overset{2}{r}}$ ſera une même quantité; ainſi les variations de la denſité pour des points à égale diſtance du globe, ſeront dans les deux cylindres en rayon inverſe du rayon des cylindres, & par conſéquent la ſomme de ces variations ou les denſités moyennes de deux cylindres d'un très-petit diamètre en contact avec un gros globe, ſont en raiſon inverſe des rayons, ainſi que l'expérience nous l'a appris.

XXXIX.

De deux corps conducteurs placés à une diſtance aſſez grande l'un & l'autre, pour que l'électricité ne puiſſe pas ſe communiquer à travers la couche d'air qui les ſépare.

DANS les articles qui précèdent, nous avons déterminé

la manière dont le fluide électrique se distribue entre deux corps conducteurs en contact; nous allons actuellement chercher l'état électrique des différentes parties d'un corps non électrisé présenté à un corps électrisé à une distance assez grande, pour que l'électricité du corps électrisé ne puisse pas se communiquer au corps non électrisé à travers la couche d'air qui les sépare. L'on sait depuis long-temps, que dans cette disposition le corps non électrisé, s'il est isolé, donnera par la seule influence du corps électrisé, des signes d'électricité contraire à celle du corps électrisé, dans les parties voisines de ce corps, & des signes de la même nature que le corps électrisé dans les parties qui en sont le plus éloignées. L'on sait encore que si le corps non électrisé présenté à un corps électrisé n'est pas isolé, il donnera sur tous les points de sa surface des signes d'électricité contraire à celle du corps électrisé.

L'évaluation de l'état électrique des différentes parties d'un corps non électrisé, isolé ou non, mais présenté à quelque distance d'un corps électrisé, est l'objet de cette dernière partie de mon Mémoire.

XL.

Des deux natures d'électricité.

Quelle que soit la cause de l'électricité, l'on en expliquera tous les phénomènes, & le calcul se trouvera conforme aux résultats des expériences, en supposant deux fluides électriques, les parties du même fluide se repoussant en raison inverse du carré des distances, & attirant les parties de l'autre fluide dans la même raison inverse du carré des distances. Cette loi a été trouvée par l'expérience pour l'attraction & la répulsion électrique, dans les premier & deuxième Mémoires sur l'électricité, *volume de l'Académie de 1785;* d'après cette supposition, les deux fluides dans les corps conducteurs, tendent toujours à se réunir jusqu'à ce qu'il y ait équilibre, c'est-à-dire, jusqu'à ce que par

leur réunion, les forces attractives & répulsives se compensent mutuellement. C'est l'état où se trouvent tous les corps dans leur état naturel ; mais si par une opération quelconque, l'on fait passer dans un corps conducteur isolé, une quantité surabondante d'un des fluides électriques, il sera électrisé, c'est à-dire, qu'il repoussera les parties électriques de la même nature, & attirera les parties électriques d'une autre nature que le fluide surabondant dont il est chargé. Si le corps conducteur électrisé est mis en contact avec un autre corps conducteur isolé, il partagera avec lui le fluide électrique surabondant dans les proportions indiquées dans ce Mémoire & ceux qui précèdent ; mais si on le fait communiquer à un corps non isolé, il perdra dans un instant toute son électricité, puisqu'il la partagera avec le globe de la terre, dont les dimensions relativement à lui sont infinies.

M. Œpinus a supposé dans la théorie de l'électricité, qu'il n'y avoit qu'un seul fluide électrique, dont les parties se repoussoient mutuellement & étoient attirées par les parties des corps avec la même force qu'elles se repoussoient. Mais pour expliquer l'état des corps dans leur situation naturelle, ainsi que la répulsion dans les deux genres d'électricité, il est obligé de supposer que les molécules des corps se repoussent mutuellement avec la même force qu'elles attirent les molécules électriques, & que ces molécules électriques se repoussent entr'elles. Il est facile de sentir que la supposition de M. Œpinus donne, quant au calcul, les mêmes résultats que celle des deux fluides. Je préfère celle des deux fluides qui a déjà été proposée par plusieurs physiciens, parce qu'il me paroît contradictoire d'admettre en même temps dans les parties des corps, une force attractive en raison inverse du carré des distances démontrée par la pesanteur universelle, & une force répulsive dans le même rapport inverse du carré des distances ; force qui seroit nécessairement infiniment grande, relativement à l'action attractive d'où résulte la pesanteur.

La

La ſuppoſition des deux fluides eſt d'ailleurs conforme à toutes les découvertes modernes des chimiſtes & des phyſiciens, qui nous ont fait connoître différens gaz dont le mélange dans certaines proportions, détruit tout-à-coup & en entier l'élaſticité ; effet qui ne peut avoir lieu ſans quelque choſe d'équivalent à une répulſion entre les parties du même gaz qui conſtitue leur état élaſtique, & à une attraction entre les parties des différens gaz qui leur fait perdre tout-à-coup leur élaſticité.

Comme ces deux explications n'ont qu'un degré de probabilité plus ou moins grand, je préviens, pour mettre la théorie qui va ſuivre, a l'abri de toute diſpute ſyſtématique, que dans la ſuppoſition des deux fluides électriques, je n'ai d'autre intention que de préſenter avec le moins d'élémens poſſible, les réſultats du calcul & de l'expérience, & non d'indiquer les véritables cauſes de l'électricité. Je renverrai à la fin de mon travail ſur l'électricité, l'examen des principaux ſyſtèmes auxquels les phénomènes électriques ont donné naiſſance.

XLII.

DANS les Mémoires qui précèdent, ainſi que dans les recherches qui vont ſuivre, j'ai ſouvent fait toucher différens points d'un corps électriſé, par un petit plan circulaire de papier doré iſolé, que je plaçois enſuite dans la balance pour déterminer ſon action ſur l'aiguille : dans les réſultats, j'ai ſuppoſé que la denſité électrique des points touchés étoit proportionelle à celle que prenoit le petit plan dans le contact avec le corps. Pour ſavoir ſi cette ſuppoſition peut être admiſe, il eſt néceſſaire de déterminer ſuivant quel rapport le fluide électrique ſe partage entre un corps & un petit plan qui le touche.

EXPÉRIENCE.

Distribution d'un seul fluide électrique entre un globe & un plan circulaire d'une très-petite épaisseur, qui touche le globe tangentiellement par le centre du cercle du plan.

J'AI placé un globe de 8 pouces de diamètre sur un isoloir décrit dans les Mémoires qui précèdent; je l'ai électrisé positivement, ainsi que l'aiguille de la balance. Au moyen d'un petit globe d'un pouce de diamètre, que je faisois toucher au gros globe, & que j'introduisois dans la balance, j'ai déterminé la densité électrique du globe de 8 pouces, que j'ai trouvée de 144 degrés. J'ai fait toucher au globe un plan circulaire isolé de 16 pouces de diamètre & d'un quart de ligne d'épaisseur, j'ai retiré tout de suite le plan; & au moyen de mon petit globe d'un pouce de diamètre, j'ai déterminé de nouveau la densité électrique qui restoit au globe de 8 pouces, je l'ai trouveé égale à 47 degrés.

XLIII.

Explication & résultat de cette Expérience.

LA densité primitive du fluide électrique, ou, ce qui revient au même, la quantité du fluide électrique répandue sur la surface du globe, étoit, avant le contact du plan, représentée par 144 degrés. Par le contact avec le plan, elle a été réduite à 47 degrés; ainsi dans le partage entre le globe & le plan, le globe en conserve 47 parties, & le plan en prend 97 parties; ainsi la quantité de fluide se partage entre le plan & le globe, de manière que celle du plan est double de celle du globe. Si l'on calcule à présent la surface du globe de 8 pouces de diamètre, on la trouvera égale à une des deux surfaces du plan de 16 pouces de diamètre; ainsi, comme ce plan a deux surfaces, il

paroît par cette expérience que le fluide électrique se distribue entre le plan & le globe proportionellement aux surfaces.

J'ai trouvé par un très-grand nombre d'expériences faites avec des plans plus petits que le précédent, que ce résultat avoit toujours lieu; c'est-à-dire, que, quels que fussent le diamètre du globe & celui du plan, toutes les fois que le plan étoit mis en contact tangentiellement avec le globe, il partageoit l'électricité du globe dans le rapport de la somme de l'étendue des deux surfaces du plan à celle du globe. L'expérience a sur-tout donné ce résultat d'une manière très-exacte, lorsque le plan mis en contact avec le globe étoit d'un très-petit diamètre, relativement à celui du globe; en sorte que, lorsque l'on touche, par exemple, le globe de 8 pouces de diamètre, avec un petit plan isolé de 6 lignes de diamètre, il prend à chacune de ces surfaces une densité électrique égale à celle de la surface du globe, c'est-à-dire, que ce petit plan de 6 lignes de diamètre se charge d'une quantité d'électricité double de celle de la portion de surface du globe qu'il a touchée.

XLIV.

Théorie de cette Expérience.

Le résultat de cette expérience est facile à expliquer par la théorie, au moins, lorsque le plan qui touche est d'un petit diamètre relativement à celui du globe touché; c'est le seul cas où je m'arrête, parce que c'est le seul dont j'aurai besoin dans les expériences qui vont suivre.

Plaçons, *fig. 8*, un petit plan b à une distance $a\,b$ du globe électrisé C, assez petite pour que la couche d'air interposée ne puisse pas empêcher le fluide électrique de passer du globe C au petit plan b. Ce plan étant très-petit, l'action du globe sur le point b dans la direction $a\,b$, sera égale à $2\,D\,R^2 : (R + a\,b)^2$, D étant supposé repré-

ſenter la denſité électrique de la ſurface du globe, & R ſon rayon. Comme $a\,b$ eſt ſuppoſé très-petit relativement au rayon R du globe, l'action du globe ſur le point b eſt très-approchant égale à $2\,D$; mais l'action d'un plan circulaire, dont le rayon eſt R' ſur un point à une diſtance a du centre de ce plan, eſt égale à $\delta \left(1 - \frac{a}{(R'\,R' + a\,a)^{\frac{1}{2}}}\right)$; & ſi a eſt une quantité infiniment petite, cette action ſe réduira à δ, δ étant la denſité électrique de tous les points du plan. Ainſi, comme il doit y avoir équilibre au point b dans la direction $b\,a$, entre l'action du plan & celle du globe, l'on aura l'équation $2\,D = \delta$; c'eſt-à-dire, que la denſité du plan, ou que la quantité d'électricité qui paſſera au plan dans le moment que l'on le ſéparera du globe, ſera double de la quantité d'électricité que contient une portion de la ſurface du globe égale à ce plan, ce qui ſe trouve tres-exactement conforme à l'expérience.

X L V.

Remarque générale ſur la Théorie de l'article qui précède, & ſur l'Expérience dont elle réſulte.

Le réſultat que nous venons de trouver par l'expérience & par la théorie, pour un petit plan mis en contact avec un globe, eſt général pour tous les corps terminés par une ſurface courbe, convexe d'une figure quelconque. Quelle que ſoit en effet la figure du corps, l'expérience apprend qu'un petit plan mis en contact avec ces ſurfaces, prend toujours, au moment qu'on le retire du contact, une quantité d'électricité double de celle de la portion de ſurface touchée. L'expérience donne encore ce même rapport double, en faiſant toucher un plan très-petit à un grand plan électriſé.

Ce réſultat général des expériences pour un petit plan mis en contact avec un corps conducteur, terminé par une ſurface d'une figure quelconque, auroit pu, comme

on va le voir, être prévu par le ſimple raiſonnement; mais dans ce Mémoire, ainſi que dans les précédens, tous les phénomènes ont été donnés par l'expérience avant d'eſſayer d'y appliquer le calcul. Voici en effet ce qu'indique la théorie.

A la place du globe *C*, *fig. 8*, ſuppoſons un corps d'une figure quelconque, que la petite ſurface repréſentée par $f\,a\,f'$, ait été touchée par le plan $e\,b\,e$; l'on demande, après que le petit plan $e\,b\,e$ a été ſéparé de $f\,a\,f'$, ſa denſité électrique, ou la quantité de fluide électrique qu'il contient relativement à celle que contient la portion égale de ſurface $f\,a\,f'$. Prenons deux points φ & φ' à une diſtance infiniment petite du point 2 & de la ſurface $f\,a\,f'$, l'un en dedans l'autre en dehors du corps *C*; ſoit δ la denſité électrique du plan $f\,f'$; l'action de ce petit plan circulaire $f\,f'$, décompoſée ſuivant la direction $a\,\varphi$, & agiſſant ſur le point φ ainſi que ſur le point φ', ſera par le calcul égale à δ, $\varphi\,a$ étant ſuppoſé infiniment petit relativement à $f\,f'$: mais l'action de $f\,f'$ ſur le point φ doit faire équilibre à l'action de toute la ſurface $f\,k\,f'$; ainſi l'action de toute cette ſurface ſur le point φ ſera auſſi égale à δ. Cette action de toute la ſurface $f\,k\,f'$, ſera la même ſur un point φ' placé en dehors du corps, puiſque $\varphi\,\varphi'$ eſt ſuppoſé infiniment petit; ainſi le point φ' éprouvant en même temps l'action du corps $f\,k\,f'$ & celle du plan $f\,f'$, il éprouvera une répulſion égale à $2\,\delta$. Ainſi, ſi nous ſuppoſons que le petit plan $e\,e'$ eſt aſſez proche du point *a* pour que l'électricité puiſſe paſſer du corps à ce petit plan, à travers la couche d'air qui les ſépare; & ſi l'on prend un point entre *a* & *b* à une diſtance infiniment petite de *b*, l'action de la petite ſurface circulaire $b\,e'$ ſur ce point dans la direction $b\,a$, ſera, en nommant *D* la denſité électrique du plan $e\,b\,e'$, égale à *D*; ainſi en nommant δ la denſité du petit plan $f\,f'$, l'on, aura pour l'action de la ſurface entière du corps $f\,a\,f\,k$ ſur le point *b*, la quantité $2\,\delta$, qui doit faire équilibre à l'action *D*

du plan $e\ e'$ ſur le même point ; ainſi l'on aura généralement $2\delta = D$, c'eſt-à-dire, que la quantité d'électricité du petit plan $e\ e'$, quelle que ſoit la figure de la ſurface du corps $f\ k\ f'\ a$, ſera égale à une quantité d'électricité double de celle de la portion de ſurface $f\ a\ f'$, avec laquelle le petit plan $e\ e'$ aura été mis en contact. Ainſi la théorie ſe trouve avoir un accord parfait avec l'expérience.

XLVI.

COMME dans les expériences qui précèdent & dans celles qui vont ſuivre, nous avons principalement déterminé la denſité de chaque point des corps, en les faiſant toucher par un petit plan ; il eſt clair, d'après les expériences & la théorie que nous venons d'expliquer, qu'en comparant pour la même diſtance les actions de notre petit plan ſur l'aiguille électriſée de notre balance, après que ce petit plan a été ſucceſſivement mis en contact avec différens points de la ſurface du corps, nous déterminons très-exactement le rapport des denſités électriques de deux points ſucceſſivement touchés.

Nous allons actuellement paſſer à la recherche des conditions d'équilibre dans des corps qui agiſſent l'un ſur l'autre ; ces corps étant ſéparés par un intervalle aſſez grand pour que le fluide électrique ne puiſſe pas ſe communiquer de l'un à l'autre, à travers la couche d'air qui les ſépare.

XLVII.

Deux petits globes, fig. 9, *iſolés & non électriſés, ſont placés à une diſtance quelconque du gros globe* C *électriſé.*

EXPÉRIENCE.

L'ON iſole, *fig. 9*, un globe électriſé *C* de 8 pouces de diamètre. L'on iſole également deux petits globes

de 2 pouces chacun de diamètre : l'un *a'* eſt porté ſur un ſupport idio-électrique formé d'un cylindre de verre, enduit & ſurmonté de quatre branches de gomme laque; l'autre petit globe *a* eſt porté par un ſoutien vertical, tel qu'il puiſſe être introduit dans la balance électrique. Nous avons décrit ce ſoutien dans les Mémoires qui précèdent. Ayant électriſé poſitivement l'aiguille de la balance, ainſi que le globe *C'*, le petit globe *a* préſenté dans la balance à une même diſtance de l'aiguille, a attiré l'aiguille, après avoir été placé en *a*, exactement avec la même force qu'il l'a repouſſée, lorſqu'il a été placé en *a'*.

Réſultat de cette Expérience.

Il eſt facile de voir que ce réſultat s'accorde parfaitement avec le principe expliqué à l'*art. XLI*; car dans notre neuvième figure, le globe *C* étant électriſé poſitivement, une partie du fluide poſitif du globe *a* paſſe dans le globe *a'*; & *vice versâ*, une partie du fluide négatif du globe *a'* paſſe dans le globe *a*. Mais comme chacun des globes acquiert une portion de fluide égale à celle dont l'autre ſe dépouille, & que la quantité des deux fluides néceſſaire pour la ſaturation, c'eſt-à-dire, pour qu'il n'y ait aucune action électrique, ſubſiſte dans les deux corps, que ces fluides ne ſont que déplacés; il en réſulte que l'action attractive du globe *a*, relativement à l'aiguille de la balance, doit être exactement égale à l'action répulſive du corps *a'*.

XLVIII.

EXPÉRIENCE.

Comparaiſon, fig. 9, *de la denſité électrique moyenne du globe placé en* a', *& de celle de la ſurface du globe* C.

CETTE expérience eſt deſtinée à déterminer, tout étant

comme dans la neuvième figure, quelle est pour une distance R I donnée, la quantité de fluide électrique positif surabondant dans le petit globe a', &c.

Pour faire cette expérience, le globe C' ayant 8 pouces de diamètre, les globes a & a' deux pouces, le premier globe a étant placé à deux pouces du globe C', j'ai présenté le dernier globe a' dans la balance, & j'ai déterminé son action répulsive, que j'ai trouvée de 21 degrés pour une distance donnée. J'ai fait ensuite toucher le globe C' par le globe a', & l'introduisant de nouveau dans la balance, j'ai déterminé l'action du globe a' qui, à cause que la distance étoit la même que dans la première opération, se trouvoit proportionelle à la quantité d'électricité dont le petit globe a' s'étoit chargé dans le contact avec le globe C'. J'ai trouvé que l'aiguille étoit chassée, dans cette deuxième, expérience, avec une force de 66 degrés.

XLIX.

Résultat & théorie de cette expérience.

La quantité de fluide électrique, surabondante en plus ou en moins dans un corps, étant proportionelle à son action, lorsque l'on compare les actions à des distances égales, soit, *fig. 9*, δ la densité moyenne du fluide électrique répandu sur la surface du premier globe a, électricité qui sera négative dans notre expérience où le globe C est supposé électrisé positivement; soit δ' la densité électrique positive du globe a' qui, dans notre figure & notre expérience, se trouve électrisé positivement de la même quantité dont le globe a est électrisé négativement.

Si nous cherchons l'action des trois globes C, a, a', sur le point de contact b des deux petits globes, point où il doit y avoir équilibre, nous trouverons que si les fluides électriques étoient répandus uniformément sur la surface des

des trois globes, l'on auroit pour l'équilibre d'action au point b, l'équation

$$\frac{2\,D.(CR)^2}{(Cb)^2} = -\delta + \delta';$$

mais, comme la quantité de fluide électrique positif naturel, dont le globe a est dépouillé, est égale a la quantité du fluide surabondant du globe a, il en résulte que la somme des quantités de fluide des deux globes, est égale à o: ainsi l'on a $\delta' + \delta = 0$; ainsi, substituant dans la première équation la valeur de δ, l'on aura $\frac{2\,D\,.(CR)^2}{(Cb)^2} = 2\,\delta'$. Il faut à présent remarquer que, dans la première équation, nous avons supposé que le fluide étoit uniformément répandu sur la surface de chaque globe, au lieu que ces fluides, ainsi que nous l'avons vu, au commencement de ce Mémoire, n'ont nulle action ou sont réunis à saturation au point de contact b, & sont séparés & portés à leur plus grand degré de densité aux points 1 & 2. Nous avons trouvé dans le même article, que l'action corrigée du globe a, sur le point b, étoit mesurée par $0,60\,\delta'$, & non pas par δ'; il en est de même de celle du corps a, ainsi notre équation corrigée nous donnera:

$$\frac{2\,D\,(CR)^2}{(Cb)^2} = 1,20\,\delta'.$$

Dans notre expérience, $CR = 4$ pouces, $R\,1 = 2$ pouces, le rayon du globe $a = 1$ pouce; ainsi l'on aura $0,50\,D = 1,20\,\delta'$, d'où $D = 2,40\,\delta'$.

Nous avons trouvé dans notre expérience, que la densité moyenne du petit globe a' étant mesurée par 21 degrés, celle du même petit globe, lorsqu'il a touché a, étoit mesurée par 66 degrés: mais nous avons vu dans notre cinquième Mémoire, *vol. de 1787, pag. 437*, que, lorsqu'un globe d'un pouce de rayon touchoit un globe de 4 pouces de rayon, la densité moyenne sur la surface du globe d'un

pouce, étoit à celle du globe de 4 pouces, à peu-près comme 1,30 : 1,00; ainsi la densité moyenne du petit globe, après le contact, étant représentée par 66 degrés, celle du gros globe le seroit par 51 degrés : mais il faut remarquer que par le partage de l'électricité entre le gros globe & le petit globe, au moment du contact, le gros globe perd à peu-près $\frac{1}{12}$ de son fluide électrique, qu'il perdoit de plus dans l'intervalle des observations à peu-près $\frac{1}{20}$; ainsi la densité du globe *C*, avant le contact, étoit à peu-près mesurée par 57 degrés. Or nous avions trouvé par l'expérience la densité moyenne du globe *a'* placé comme dans la figure, mesurée par 21 degrés; ainsi la densité moyenne du fluide électrique positif de la surface du globe *C'*, est à celle sur la surface du globe *a'* placé comme dans la neuvième figure, : : 57 : 21 : : 2,70 : 1,00; ainsi, d'après l'expérience, nous avons $\delta' = 2{,}70\ D$; quantité que nous venons de trouver égale à 2,40 *D* par la théorie; ainsi la théorie & l'expérience diffèrent peu entre elles, & les erreurs ne peuvent être attribuées qu'à l'imperfection des opérations.

L.

Comparaison, figure 10, *des densités électriques de quatre petits globes de 2 pouces de diamètre non électrisés, placés sur un isoloir, à 2 pouces de distance d'un globe* C' *électrisé, de 8 pouces de diamètre.*

QUATRIÈME EXPÉRIENCE.

LA figure dixième indique la position des globes. L'on a comparé, d'après les procédés indiqués dans l'expérience qui précède, la densité moyenne de l'électricité négative du globe $\overset{1}{a}$ avec la densité positive du globe $\overset{4}{a}$, & celle

du globe $\overset{4}{a}$ avec celle du globe C'; le globe C' étant électrisé positivement.

L'on a trouvé, en nommant $\overset{1}{\delta}$ la densité moyenne du globe $\overset{1}{a}$, $\overset{4}{\delta}$ la densité moyenne du globe $\overset{4}{a}$, D celle du gros globe C, que $D = -\ 1{,}50\ \overset{1}{\delta} = 2{,}20\ \overset{4}{\delta}$.

Théorie de cette Expérience.

D'après tout ce que nous avons dit dans les articles qui précèdent, il est facile de voir qu'en nommant $\overset{1}{\delta}$ la densité du globe $\overset{1}{a}$, $\overset{2}{\delta}$ la densité moyenne du globe $\overset{2}{a}$, $\overset{3}{\delta}$ la densité moyenne du globe $\overset{3}{a}$, $\overset{4}{\delta}$ la densité moyenne du globe $\overset{4}{a}$, D celle du globe C, R & r les rayons des globes C & a', faisant encore la distance $R\ 1 = a$, l'on aura les trois équations corrigées d'après l'*art. IV* de ce Mémoire :

Pour le point de contact 2 . . . . $\dfrac{2DR^2}{(R+a+2r)^2}$

$$= -\ 0{,}60\ \overset{1}{\delta} + 0{,}70\ \overset{2}{\delta} + 0{,}22\ \overset{3}{\delta} + 0{,}08\ \overset{4}{\delta}.$$

Pour le point de contact 3 . . . . $\dfrac{2DR^2}{(R+a+4r)^2}$

$$= -\ 0{,}22\ \overset{1}{\delta} - 0{,}70\ \overset{2}{\delta} + 0{,}70\ \overset{3}{\delta} + 0{,}22\ \overset{4}{\delta}.$$

Pour le point de contact 4 . . . . $\dfrac{2DR^2}{(R+a+6r)^2}$

$$= -\ 0{,}08\ \overset{1}{\delta} - 0{,}22\ \overset{2}{\delta} - 0{,}70\ \overset{3}{\delta} + 0{,}60\ \overset{4}{\delta}.$$

Pour avoir une quatrième équation, il faut remarquer que les quatre petits globes étant primitivement dans leur

état naturel, leur fluide électrique n'eſt que dérangé par l'influence de l'action du gros globe, & que la ſomme des fluides électriques des quatre petits globes, n'eſt ni augmentée ni diminuée; ainſi l'on aura la ſomme des denſités égale à zéro pour les quatre petits globes; ainſi l'on aura

$$4.^e \textit{ équation. } \overset{1}{\delta} + \overset{2}{\delta} + \overset{3}{\delta} + \overset{4}{\delta} = 0.$$

Au moyen de ces quatre équations, l'on fera diſparoître à volonté trois des quatre inconnues $\overset{1}{\delta}$, $\overset{2}{\delta}$, $\overset{3}{\delta}$ $\overset{4}{\delta}$, & l'on comparera la quatrième avec la denſité D du globe C: ce calcul appliqué à notre expérience donnera $D = -1,53\ \overset{1}{\delta}$. L'expérience nous a donné $D = -1,550$, le calcul donnera $D = 2,12\ \overset{4}{\delta}$; l'expérience nous a donné $D = 2,2040\ \overset{4}{\delta}$: la théorie & l'expérience s'accordent encore ici auſſi-bien que l'on le peut eſpérer dans des opérations de ce genre.

Nous n'étendrons pas les expériences & les calculs qui précèdent, à un plus grand nombre de petits globes placés en contact, & dont les centres feroient une même ligne avec le centre d'un gros globe; il eſt facile d'y appliquer les différentes méthodes d'approximation que nous avons déjà préſentées; mais nous croyons néceſſaire de développer dans un aſſez grand détail la manière dont le fluide électrique paroît ſe manifeſter avec différens degrés de denſité dans les différentes parties d'un cylindre non iſolé, ou ce qui revient au même, iſolé, mais d'une longueur infinie, préſenté par une de ſes extrémités à une diſtance donnée d'un gros globe électriſé, la prolongation de l'axe du cylindre paſſant par le centre du globe. L'on ſent que cette recherche doit avoir un rapport immédiat avec la théorie des paratonnerres.

L I.

Résultat des expériences destinées à déterminer l'état électrique des différentes parties de la surface d'un cylindre non isolé, d'une très-grande longueur, présenté par une de ses extrémités à un gros globe électrisé, isolé.

DANS les résultats qui vont être présentés, je n'entrerai dans le détail des expériences, qu'autant que ces détails seront assez différens de ceux qui précèdent, pour exiger une explication particulière.

L'on sait, & il suit des recherches qui précèdent, que lorsque l'on présente un cylindre non isolé à une distance d'un globe électrisé, assez grande pour que le fluide électrique du globe ne puisse pas passer dans le cylindre, la surface du cylindre donne des signes d'électricité contraire à celle du globe, & que la densité électrique de chaque point du cylindre, ou ce qui revient au même, l'action de chacun de ces points est d'autant plus grande, que le point du cylindre est plus rapproché du globe électrisé: l'objet de cette partie de mon Mémoire est de déterminer,

1.° Pour un même cylindre placé à différentes distances du même globe électrisé, la densité électrique de l'extrémité du cylindre la plus proche du globe, la loi que suit cette densité; de comparer cette densité, en la supposant proportionelle à son degré d'action, avec celle du globe électrisé que l'on suppose de même proportionelle à son degré d'action;

2.° En plaçant des cylindres non isolés de différens diamètres, à la même distance d'un globe électrisé, de déterminer suivant quel rapport la densité de l'extrémité du cylindre augmente ou diminue, relativement aux diamètres de ces cylindres;

3.° Suivant quelle loi la densité des différens points

d'un même cylindre placé à une diſtance donnée d'un globe électriſé, diminue relativement à la diſtance de ces points au centre du globe électriſé;

4.° Enfin ſuivant quelle loi la denſité de la ſurface des cylindres augmente relativement au diamètre de différens globes, la denſité électrique des globes étant la même.

LII.

PREMIER RÉSULTAT.

Un cylindre non iſolé placé à différentes diſtances d'un globe électriſé.

SI l'on place le même cylindre non iſolé, ou, ce qui revient au même, iſolé, mais d'une longeur infinie, de manière que l'axe du cylindre ſoit dans la direction du centre du globe électriſé, l'on trouvera par l'expérience, en faiſant varier la diſtance du centre du globe à l'extrémité du cylindre la plus proche de ce globe, que la denſité électrique de cette extrémité ſera dans un rapport un peu au-deſſous de la puiſſance $\frac{3}{2}$ de la raiſon inverſe de la diſtance de cette extrémité au centre du globe. L'expérience qui a donné ce réſultat s'eſt faite de deux manières; ou en touchant avec un petit plan iſolé l'extrémité du cylindre, & plaçant enſuite à l'ordinaire ce petit plan dans la balance électrique; ou en faiſant toucher l'extrémité du cylindre avec un petit globe du même diamètre que le cylindre, que l'on introduit enſuite dans la balance.

LIII.

DEUXIÈME RÉSULTAT.

Denſités électriques de l'extrémité de deux cylindres de différens diamètres non iſolés, placés alternativement à la même diſtance du centre d'un globe électriſé.

EN plaçant ſucceſſivement deux cylindres de différens

diamètres à la même distance d'un même globe électrisé, l'on a trouvé que les densités électriques de l'extrémité des deux cylindres étoient entr'elles à peu-près en raison inverse des diamètres des deux cylindres, pourvu cependant que les diamètres des cylindres fussent beaucoup plus petits que le diamètre du globe.

LIV.

TROISÈME RÉSULTAT.

Rapport des densités électriques des différens points de la surface d'un même cylindre d'une grande longueur, & non isolé, suivant que ces points sont plus ou moins éloignés de l'extrémité du cylindre, ou du centre du globe électrisé.

En plaçant un cylindre à une distance donnée d'un globe électrisé, l'on trouve que la densité électrique des différens points de la surface de ce cylindre, est en raison inverse du carré de la distance de ces points au centre du globe électrisé.

Cette loi n'est pas suivie vers l'extrémité du cylindre qui avoisine le globe sur une longueur égale à quatre ou cinq diamètres du cylindre, l'on trouve par l'expérience que dans cette partie la densité électrique croît en s'approchant de l'extrémité du cylindre dans un rapport beaucoup plus grand que l'inverse du carré des distances; & si, comme dans toutes les expériences que nous avons faites, le cylindre est terminé comme à la *onzième figure*, par une demi-sphère, l'on trouvera que la densité à l'extrémité de l'axe a, point le plus proche du globe C, est à peu-près double de celle du point f, qui n'est éloignée du point a, extrémité du cylindre, que d'une quantité ae égale au diamètre du cylindre, quelle que soit d'ailleurs la distance Aa.

L V.

QUATRIÈME RÉSULTAT.

Un même cylindre non isolé, placé à la même distance du centre des deux globes électrisés de différens diamètres.

En supposant la densité électrique de deux globes la même, l'on trouvera par l'expérience que la densité des points du cylindre placés à la même distance du centre des deux globes, sera comme le carré des rayons de ces globes. La théorie auroit annoncé *à priori* le résultat que l'expérience vient de donner; car l'action d'une surface sphérique sur un point quelconque placé en dehors de la sphère, est la même que si cette surface étoit réunie au centre de la sphère; ainsi son action sur tous les points placés en dehors de la surface, sera en raison directe de l'étendue de la surface multipliée par la densité électrique, & en raison inverse du carré de la distance au point sur lequel s'exerce l'action. Or comme le cylindre est le même, & que chaque point du cylindre sur lequel l'on évalue l'action, est supposé à la même distance du centre des deux globes; il en résulte que les densités électriques d'un même point du cylindre placé à la même distance du centre des deux globes électrisés, doivent toujours être en raison directe composée de la densité électrique de la surface des globes, & du carré des rayons des globes.

L V I.

Formule dérivée des résultats précédens.

Pour pouvoir, d'après les résultats qui précèdent, donner une formule qui indique tout de suite l'état électrique des différens points d'un cylindre non isolé, ou touché au point *G* par un corps non isolé, comme à la *figure*

figure II, à une très-grande diſtance du point *a*, l'on ſent qu'il faut déterminer ce rapport par l'expérience pour un cas particulier, afin d'avoir un coéfficient conſtant. Parmi les différentes expériences qui m'ont ſervi à fixer les quatre réſultats qui précèdent, j'en vais choiſir une qui me donnera ce coéfficient.

EXPÉRIENCE.

J'AI iſolé, *fig. 11*, le globe *C* de 8 pouces de diamètre; je l'ai électriſé; j'ai placé ſur un iſoloir à 2 $\frac{1}{2}$ pouces de diſtance un cylindre *a G*, d'un pouce de diamètre: ce cylindre étoit terminé par une demi-ſphère *b a b*. J'ai touché alternativement à l'ordinaire, par un petit plan iſolé, le point *a* de la demi-ſphère, & un point quelconque du globe *C*. Ayant électriſé l'aiguille de la balance de la même électricité que le globe, l'aiguille a été attirée par le petit plan lorſqu'il a eu touché en *a* l'extrémité du cylindre, & repouſſée lorſqu'il a eu touché le globe. En meſurant les forces pour une même diſtance, j'ai trouvé que la force attractive du petit plan, lorſqu'il avoit touché le point *a*, étoit à la force répulſive du même plan, lorſqu'il avoit touché le globe, comme 4,00 : 1,00.

Lorſque par la même méthode j'ai comparé le point *a* avec le point *f*, placé à une diſtance d'un pouce de l'extrémité du cylindre, j'ai trouvé que la denſité électrique du point *a*, étoit à celle du point *f*, comme 2,5 : 1,0; d'où il eſt facile de conclure que la denſité électrique négative à un pouce de l'extrémité du cylindre, ſera à la denſité électrique poſitive de la ſurface du globe, à peu-près comme 16: 10.

LVII.

EN réuniſſant à préſent les quatre réſultats qui précèdent, nous trouvons par l'expérience que les denſités électriques de la demi-ſphère qui termine différens cylindres préſentés à un globe électriſé, ſont d'une nature contraire

à celle du globe, en raiſon directe compoſée de la denſité ſur la ſurface du globe, du carré du diamètre de ce globe, & en raiſon inverſe compoſée de la puiſſance $\frac{3}{2}$ de la diſtance *c a*, *fig 4*, du centre du globe à l'extrémité du cylindre & du rayon du cylindre.

Ainſi, ſi D eſt la denſité du fluide électrique poſitif, répandu ſur la ſurface d'un globe, dont R eſt le rayon; ſi r eſt le rayon du cylindre; ſi a eſt la diſtance entre le centre du globe & l'extrémité du cylindre, l'on aura pour exprimer δ, denſité électrique négative de l'extrémité du cylindre, la formule

$$\delta = -\frac{m\,D\,R^2}{r\,(R+a)^{\frac{3}{2}}},$$

dans laquelle l'on va déterminer la valeur de la conſtante m, d'après l'expérience de l'article qui précède. Dans cette expérience $R = 4$ pouces; $r = \frac{1}{2}$ pouce; $a = 2{,}5$ pouces, δ a été trouvée égale à $4\,D$: ſubſtituant ces quantités dans la formule, l'on aura $m = 2{,}07\,\sqrt{(1 \text{ pouce})}$ & la formule générale ſera

$$\delta = 2{,}07\ D\,R^2 : r\,(R+a)^{\frac{3}{2}},$$

dans laquelle il faut réduire en pouces les valeurs de a; de r, & de R.

L V I I I.

Application de la formule précédente à un exemple analogue aux paratonnerres.

SUPPOSONS qu'un nuage chargé de fluide électrique ait la forme d'un globe de mille pieds de rayon, & paſſe à 500 pieds au-deſſus de l'extrémité d'un cylindre d'un pouce de diamètre; dans cet exemple $R = 1000$ pieds; $a = 500$ pieds; $r = \frac{1}{2}$ pouce. Ces valeurs ſubſtituées dans la formule donnent

$$\delta = \frac{2{,}07 .\ 12^2 .\ (1000)^2}{\frac{1}{2}\,(1500)^{\frac{3}{2}}\ 12^{\frac{3}{2}}} = 278\ D;$$

c'eſt-à-dire, que la denſité électrique de l'extrémité du

cylindre, d'une nature contraire à celle du nuage, sera 278 fois plus grande que celle de la surface du nuage.

Mais comme l'expérience nous a indiqué, que dans notre formule $(R + a)$ étoit élevé à une puissance plus petite que $\frac{2}{1}$, la densité δ doit être plus grande que 278 D. Pour s'en convaincre, il suffit de supposer que dans la formule $(R + a)$ est élevé à la puissance 1; pour lors l'on aura $m = 1,23$, la formule donnera $\delta = 1,23\ DR^2 : r(R + a)$, qui, appliquée à notre exemple, donneroit $\delta = 19680\ D$; en sorte qu'une petite variation dans la puissance de $(R + a)$ en donneroit une très-grande dans celle de δ.

Il résulte de cette observation, que δ est plus grand que 278 D; mais nous ne savons pas de combien, car comme les expériences d'où nous avons tiré les quatre résultats qui précèdent, ont eu pour limite des globes d'un pied de diamètre & au-dessous, & des cylindres depuis 4 lignes jusqu'à 2 pouces de diamètre; & pour plus de facilité dans les calculs, nous avons supposé que les résultats étoient représentés par une formule d'un seul terme, ce qui m'a paru donner des valeurs suffisamment approchées dans les limites où les expériences ont été faites. Il se pourroit cependant que cette formule ne pût pas s'étendre à des limites très-éloignées de celles dans lesquelles les expériences sont renfermées; c'est ce qu'il sera facile de vérifier par les méthodes d'approximations théoriques qui vont terminer ce Mémoire, & qui nous indiqueront conformément à l'expérience, que la densité de l'extrémité du cylindre est plus grande pour les gros globes qui agissent sur l'extrémité d'un cylindre non isolé d'un petit diamètre, que celle donnée par la formule, & que par conséquent dans notre exemple, la densité de l'extrémité du cylindre d'un pouce de diamètre, présenté à 500 pieds d'un globe électrisé de 1000 pieds de rayon, est plus grande que 278 fois la densité électrique de la surface de ce globe.

L I X.

Application du résultat précédent à l'effet des Paratonnerres.

DE-LÀ il résulte que le nuage, ainsi que la couche d'air, très-imparfaitement idio-électrique, interposée entre le nuage & l'extrémité du cylindre, étant composés de parties mobiles, celles de ces parties qui avoisinent l'extrémité du cylindre, doivent s'y précipiter avec une très-grande rapidité, y perdre leur électricité, se charger d'une forte électricité d'une nature contraire à celle du nuage, s'élancer ensuite vers le nuage en fuyant l'extrémité du cylindre, & en détruisant l'électricité des parties du nuage qu'elles rencontrent. Mais comme le diamètre du cylindre est très-petit, son action, quoique très-grande relativement aux points qui avoisinent la surface de la demi-sphère qui le termine, est très-peu considérable relativement aux points qui sont à 30 ou 40 pieds de l'extrémité de ce cylindre. Ainsi, il doit arriver que l'extrémité du cylindre dépouillera les parties du nuage qui l'avoisinent, sans explosion électrique, & que tous les corps qui seront en-dessous de l'extrémité de ce cylindre, à une distance peu considérable du cylindre, seront préservés de l'explosion du nuage.

L X.

Calcul théorique destiné à déterminer par approximation l'état électrique d'un cylindre non isolé, dont l'axe passe par le centre d'un globe électrisé & isolé, placé à une distance de ce cylindre, assez grande pour que l'électricité du globe ne puisse pas se décharger à travers la couche d'air qui les sépare.

LES différentes méthodes d'approximation dont nous nous

ſommes ſervi dans les différens articles qui précédent, peuvent être employés ici : nous allons en donner quelques exemples.

PREMIER EXEMPLE.

Commençons par appliquer ces méthodes à l'expérience dont nous avons donné les détails à l'*article LVI*. Dans cette expérience, *figure II*, un globe *C* électriſé de 4 pouces de rayon, eſt placé à 2 $\frac{1}{2}$ pouces de diſtance de l'extrémité demi-ſphérique *a* d'un cylindre d'un pouce de diamètre & de 30 pouces de longueur. Ce cylindre eſt touché à ſon extrémité *G* la plus éloignée du globe, par un corps qui communique avec la terre.

Je ſuppoſe que dans la *figure II*, $m\ \overset{1}{m}\ \overset{2}{m}\ \overset{3}{m}\ \overset{4}{m}\ \overset{5}{m}$ repréſentent la courbe des denſités électriques des différents points correſpondans de la ſurface du cylindre. Je cherche d'après la méthode expliquée, *article XXXVI* de ce Mémoire, les variations de la denſité de ces différents points, en ſuppoſant que cette variation ſuit une ligne droite. Je remarque d'abord que l'action du globe étant en raiſon inverſe du carré de la diſtance aux points ſur leſquels il agit, & la diſtance *C G* étant très-conſidérable, l'on peut ſuppoſer la denſité nulle ou au moins très-petite, au point *G*, où le cylindre eſt touché par un corps indéfini. D'après cette ſuppoſition, ſi l'on cherche la variation *n r* au milieu du cylindre, qui a 30 pouces de longueur ou ſoixante fois ſon rayon *r*, l'on aura, *article XXXVII & ſuivans*.

$$\frac{2\,D\,.\,4^2}{(21,5)^2} = 2\,n\,r\,(\log.\frac{60}{\mu} - 1) = 2\,n\,r\,(3,09),$$

d'où réſulte $n\,r = 0,0112\,D$. Dans cette équation, *n r* repréſente la variation ou l'accroiſſement de la denſité ſur une longueur égale au rayon du cylindre. Mais comme nous ſuppoſons la variation au point *G* nulle, la variation moyenne ſur une longueur de rayon, depuis le point $\overset{4}{m}$,

milieu du cylindre, juſqu'au point G, ſera 0,0056; ainſi la denſité au point $\overset{4}{m}$ ſeroit égale à 0,168 D.

Pour déterminer à préſent la variation au point $\overset{2}{b}$ de la ſurface du cylindre, point que nous ſuppoſons à 5 pouces de diſtance de l'extrémité a, prenons de l'autre côté du point $\overset{2}{b}$ une longueur $\overset{2}{b}\,\overset{3}{b}$ de 5 pouces; il reſtera depuis $\overset{3}{b}$ juſqu'au milieu du cylindre, une longueur $\overset{3}{b}\,\overset{4}{b}$ égale à 5 pouces. Comme la variation au point $\overset{4}{m}$ a été trouvée pour la longueur du rayon r égale 0,0112 D, l'accroiſſement de la denſité, depuis $\overset{4}{m}$ juſqu'à $\overset{3}{m}$, ſeroit par une première approximation pour la longueur, de dix rayons, égale à 0,112 D, qui, ajouté à la denſité trouvée pour $\overset{4}{m}$, donnera pour la denſité en $\overset{3}{m}$ la quantité 0,28 D.

Si la denſité que nous venons de trouver pour le point $\overset{3}{b}$, étoit uniforme juſqu'à l'extrémité G, l'on auroit l'action de la portion du cylindre $\overset{3}{b}\,\overset{5}{m}$ ſur le point F, repréſentée par $0{,}28\, D(\frac{1}{10} - \frac{1}{50}) = 0{,}023\, D$, quantité un peu trop grande, parce que la denſité va en décroiſſant de $\overset{3}{b}$ en $\overset{5}{m}$. Mais comme nous venons de ſuppoſer la variation de la denſité conſtante, depuis le milieu $\overset{4}{b}$ juſqu'au point $\overset{3}{b}$, au lieu qu'elle va en croiſſant, les deux erreurs en ſens contraire tendent à ſe compenſer. A préſent ſi nous cherchons l'action de la portion du cylindre $a\,\overset{3}{b}$ ſur le point F placé à 5 pouces de diſtance de l'extrémité du cylindre, en ſuppoſant la variation en ligne droite ſur toute cette

longueur $a\overset{3}{b}$, & égale à $n' r$ pour la longueur d'un rayon du cylindre; l'on aura, à cause que la portion $\overset{3}{b}\,\overset{5}{m}$ du cylindre agit dans le même sens que le globe C, l'électricité du globe & du cylindre étant d'une nature contraire, l'équation

$$\frac{2\ D\ 4^2}{(11,5)^2} + 0{,}023\ D = 2\ n'\ r\left(\frac{\log.\ 20}{\mu} - 1\right)$$ d'où

résulte $n'\ r = 0{,}082\ D$.

Ainsi, en prenant cette variation moyenne pour celle qui s'étend depuis le point b ou depuis un pouce, à compter de l'extrémité a jusqu'à 10 pouces, c'est-à-dire, sur une longueur de 18 rayons, l'on aura pour l'accroissement, depuis le point $\overset{3}{m}$ jusqu'à un pouce de l'extrémité, la quantité 1,476 D, qui, étant ajoutée à 0,28 D, densité à 10 pouces du point a, donnera pour la densité, à un pouce de l'extrémité du cylindre, la quantité 1,72 D. L'expérience nous a donné, *article LVI*, la densité de ce cylindre mesurée à un pouce de son extrémité a, égale à peu-près à 1,6 D, qui diffère peu de celle donnée par la théorie.

Les variations des différens points du cylindre étant données par l'approximation qui précède, l'on peut les déterminer de nouveau par une seconde approximation qui nous rapprochera beaucoup de leur véritable valeur. Je suppose que l'on veuille avoir dans la *figure 4*, la variation des densités au point i, qui tient le milieu entre $\overset{2}{b}$ & $\overset{3}{b}$, je calcule d'après les formules données, *article XXXVI & suivans*, l'action que la portion du milieu du cylindre $\overset{2}{b}\,a$, dont la densité, ainsi que la variation, sont à peu-près connues par l'approximation qui précède, exerce sur le point de l'axe qui répond à i. Je fais la même opération pour les

portions de cylindre $\overset{3}{b}\,\overset{4}{b}$ & $\overset{4}{b}\,\overset{5}{m}$. D'après ces actions données par le calcul, ainsi que d'après celle du globe *C;* je forme une équation analogue à celles qui précèdent; cette équation me donne la variation *n r* de la densité moyenne entre les points $\overset{2}{b}$ & $\overset{3}{b}$. Je fais les mêmes opérations pour un autre point quelconque du cylindre, & je détermine ainsi par une seconde approximation les variations dans tous les points de la surface, d'où je conclus la densité électrique du cylindre pour chaque point de sa surface. L'on pourroit, par une troisième approximation, en suivant la même méthode, s'approcher encore davantage de la vérité, si on le croyoit nécessaire; mais cette précision ne paroît pas devoir être jamais utile à la pratique dans les recherches électriques.

LXI.

Second Exemple.

Je suppose, *fig. 12*, que *C'* soit un globe de mille pieds de rayon, que la densité du fluide électrique répandu sur la surface de ce globe soit *D;* que l'extrémité *a* du cylindre *a m* soit placée à 500 pieds de ce globe; que ce cylindre ayant un pouce de rayon & 60 pieds de longueur de *a* en *m''*, soit enfoncé au point *m''* perpendiculairement dans une surface plane indéfinie *H o* d'un corps conducteur.

D'après tout ce que nous avons dit, le cylindre *a m''* non isolé donnera dans toute sa longueur, des signes d'électricité contraire à celle du globe *C'*. Son électricité sera nulle au point *m''*, où il joint la surface *H o*, & cette surface sera elle-même électrisée d'une nature d'électricité contraire à celle du globe dans les parties qui avoisinent le globe; en sorte que pour avoir la variation de la densité sur un point quelconque *q* du cylindre, il faut déterminer cette variation, d'après l'action de chaque partie *a q* & *q m''* du cylindre sur le point *q*, & d'après l'action du globe *C* de la

A Cs globes, les centres placés en ligne droite, le

Du gros gl

points du

moyenne ditième colonne verticale, troisième ligne horizontale,

son rayon

globe est globe, à compter du gros globe.

1.ere ÉQ	$\frac{+2\delta^{17}}{33^2}$	$\frac{+2\delta^{18}}{35^2}$	$\frac{+2\delta^{19}}{37^2}$	$\frac{+2\delta^{20}}{39^2}$	$\frac{+2\delta^{21}}{41^2}$	$\frac{+2\delta^{22}}{43^2}$	$\frac{+2\delta^{23}}{45^2}$	$\frac{+2\delta^{24}}{47^2}$
2.eme . .	$\frac{+2}{31^2}$	$\frac{+2}{33^2}$	$\frac{+2}{35^2}$	$\frac{+2}{37^2}$	$\frac{+2}{39^2}$	$\frac{+2}{41^2}$	$\frac{+2}{43^2}$	$\frac{+2}{45^2}$
3.eme . .	$\frac{+2}{29^2}$	$\frac{+2}{31^2}$	$\frac{+2}{33^2}$	$\frac{+2}{35^2}$	$\frac{+2}{37^2}$	$\frac{+2}{39^2}$	$\frac{+2}{41^2}$	$\frac{+2}{43^2}$
4.eme . .	$\frac{+2}{27^2}$	$\frac{+2}{29^2}$	$\frac{+2}{31^2}$	$\frac{+2}{33^2}$	$\frac{+2}{35^2}$	$\frac{+2}{37^2}$	$\frac{+2}{39^2}$	$\frac{+2}{41^2}$
5.eme . .	$\frac{+2}{25^2}$	$\frac{+2}{27^2}$	$\frac{+2}{29^2}$	$\frac{+2}{31^2}$	$\frac{+2}{33^2}$	$\frac{+2}{35^2}$	$\frac{+2}{37^2}$	$\frac{+2}{39^2}$

ACTION

Du gros globe sur les différens points du contact. La densité moyenne du gros globe est D; son rayon R, le rayon du petit globe est r.

TABLEAU *de 24 Équations destinées à déterminer la densité électrique moyenne de 24 petits globes, les centres placés en ligne droite, le petit globe 1 en contact avec un gros globe.*

Dans ce Tableau, les N.os au haut de chaque colonne indiquent la place du petit globe; en sorte, par exemple, qu'à la huitième colonne verticale, troisième ligne horizontale, l'on trouve la quantité $\frac{-2}{11^2}$ qui est sensée multipliée par $\overset{8}{\delta}$, ou par la densité moyenne du huitième petit globe, à compter du gros globe.

1.ere ÉQUATION. $D =$	$+\overset{1}{\delta}$	$+\frac{2\overset{2}{\delta}}{3^2}$	$+\frac{2\overset{3}{\delta}}{5^2}$	$+\frac{2\overset{4}{\delta}}{7^2}$	$+\frac{2\overset{5}{\delta}}{9^2}$	$+\frac{2\overset{6}{\delta}}{11^2}$	$+\frac{2\overset{7}{\delta}}{13^2}$	$+\frac{2\overset{8}{\delta}}{15^2}$	$+\frac{2\overset{9}{\delta}}{17^2}$	$+\frac{2\overset{10}{\delta}}{19^2}$	$+\frac{2\overset{11}{\delta}}{21^2}$	$+\frac{2\overset{12}{\delta}}{23^2}$	$+\frac{2\overset{13}{\delta}}{25^2}$	$+\frac{2\overset{14}{\delta}}{27^2}$	$+\frac{2\overset{15}{\delta}}{29^2}$	$+\frac{2\overset{16}{\delta}}{31^2}$	$+\frac{2\overset{17}{\delta}}{33^2}$	$+\frac{2\overset{18}{\delta}}{35^2}$	$+\frac{2\overset{19}{\delta}}{37^2}$	$+\frac{2\overset{20}{\delta}}{39^2}$	$+\frac{2\overset{21}{\delta}}{41^2}$	$+\frac{2\overset{22}{\delta}}{43^2}$	$+\frac{2\overset{23}{\delta}}{45^2}$	$+\frac{2\overset{24}{\delta}}{47^2}$
2.eme ... $\frac{2DR^2}{(R+2r)^2} =$	$-\delta$	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$	$+\frac{2}{13^2}$	$+\frac{2}{15^2}$	$+\frac{2}{17^2}$	$+\frac{2}{19^2}$	$+\frac{2}{21^2}$	$+\frac{2}{23^2}$	$+\frac{2}{25^2}$	$+\frac{2}{27^2}$	$+\frac{2}{29^2}$	$+\frac{2}{31^2}$	$+\frac{2}{33^2}$	$+\frac{2}{35^2}$	$+\frac{2}{37^2}$	$+\frac{2}{39^2}$	$+\frac{2}{41^2}$	$+\frac{2}{43^2}$	$+\frac{2}{45^2}$
3.eme ... $\frac{2DR^2}{(R+4r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$	$+\frac{2}{13^2}$	$+\frac{2}{15^2}$	$+\frac{2}{17^2}$	$+\frac{2}{19^2}$	$+\frac{2}{21^2}$	$+\frac{2}{23^2}$	$+\frac{2}{25^2}$	$+\frac{2}{27^2}$	$+\frac{2}{29^2}$	$+\frac{2}{31^2}$	$+\frac{2}{33^2}$	$+\frac{2}{35^2}$	$+\frac{2}{37^2}$	$+\frac{2}{39^2}$	$+\frac{2}{41^2}$	$+\frac{2}{43^2}$
4.eme ... $\frac{2DR^2}{(R+6r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$	$+\frac{2}{13^2}$	$+\frac{2}{15^2}$	$+\frac{2}{17^2}$	$+\frac{2}{19^2}$	$+\frac{2}{21^2}$	$+\frac{2}{23^2}$	$+\frac{2}{25^2}$	$+\frac{2}{27^2}$	$+\frac{2}{29^2}$	$+\frac{2}{31^2}$	$+\frac{2}{33^2}$	$+\frac{2}{35^2}$	$+\frac{2}{37^2}$	$+\frac{2}{39^2}$	$+\frac{2}{41^2}$
5.eme ... $\frac{2DR^2}{(R+8r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$	$+\frac{2}{13^2}$	$+\frac{2}{15^2}$	$+\frac{2}{17^2}$	$+\frac{2}{19^2}$	$+\frac{2}{21^2}$	$+\frac{2}{23^2}$	$+\frac{2}{25^2}$	$+\frac{2}{27^2}$	$+\frac{2}{29^2}$	$+\frac{2}{31^2}$	$+\frac{2}{33^2}$	$+\frac{2}{35^2}$	$+\frac{2}{37^2}$	$+\frac{2}{39^2}$
6.eme ... $\frac{2DR^2}{(R+10r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$	$+\frac{2}{13^2}$	$+\frac{2}{15^2}$	$+\frac{2}{17^2}$	$+\frac{2}{19^2}$	$+\frac{2}{21^2}$	$+\frac{2}{23^2}$	$+\frac{2}{25^2}$	$+\frac{2}{27^2}$	$+\frac{2}{29^2}$	$+\frac{2}{31^2}$	$+\frac{2}{33^2}$	$+\frac{2}{35^2}$	$+\frac{2}{37^2}$
7.eme ... $\frac{2DR^2}{(R+12r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$	$+\frac{2}{13^2}$	$+\frac{2}{15^2}$	$+\frac{2}{17^2}$	$+\frac{2}{19^2}$	$+\frac{2}{21^2}$	$+\frac{2}{23^2}$	$+\frac{2}{25^2}$	$+\frac{2}{27^2}$	$+\frac{2}{29^2}$	$+\frac{2}{31^2}$	$+\frac{2}{33^2}$	$+\frac{2}{35^2}$
8.eme ... $\frac{2DR^2}{(R+14r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{13^2}$	$-\frac{2}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$	$+\frac{2}{13^2}$	$+\frac{2}{15^2}$	$+\frac{2}{17^2}$	$+\frac{2}{19^2}$	$+\frac{2}{21^2}$	$+\frac{2}{23^2}$	$+\frac{2}{25^2}$	$+\frac{2}{27^2}$	$+\frac{2}{29^2}$	$+\frac{2}{31^2}$	$+\frac{2}{33^2}$
9.eme ... $\frac{2DR^2}{(R+16r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{15^2}$	$-\frac{2}{13^2}$	$-\frac{2}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$	$+\frac{2}{13^2}$	$+\frac{2}{15^2}$	$+\frac{2}{17^2}$	$+\frac{2}{19^2}$	$+\frac{2}{21^2}$	$+\frac{2}{23^2}$	$+\frac{2}{25^2}$	$+\frac{2}{27^2}$	$+\frac{2}{29^2}$	$+\frac{2}{31^2}$
10.eme .. $\frac{2DR^2}{(R+18r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{17^2}$	$-\frac{2}{15^2}$	$-\frac{2}{13^2}$	$-\frac{2}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$	$+\frac{2}{13^2}$	$+\frac{2}{15^2}$	$+\frac{2}{17^2}$	$+\frac{2}{19^2}$	$+\frac{2}{21^2}$	$+\frac{2}{23^2}$	$+\frac{2}{25^2}$	$+\frac{2}{27^2}$	$+\frac{2}{29^2}$
11.eme .. $\frac{2DR^2}{(R+20r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{19^2}$	$-\frac{2}{17^2}$	$-\frac{2}{15^2}$	$-\frac{2}{13^2}$	$-\frac{2}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$	$+\frac{2}{13^2}$	$+\frac{2}{15^2}$	$+\frac{2}{17^2}$	$+\frac{2}{19^2}$	$+\frac{2}{21^2}$	$+\frac{2}{23^2}$	$+\frac{2}{25^2}$	$+\frac{2}{27^2}$
12.eme .. $\frac{2DR^2}{(R+22r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{21^2}$	$-\frac{2}{19^2}$	$-\frac{2}{17^2}$	$-\frac{2}{15^2}$	$-\frac{2}{13^2}$	$-\frac{2}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$	$+\frac{2}{13^2}$	$+\frac{2}{15^2}$	$+\frac{2}{17^2}$	$+\frac{2}{19^2}$	$+\frac{2}{21^2}$	$+\frac{2}{23^2}$	$+\frac{2}{25^2}$
13.eme .. $\frac{2DR^2}{(R+24r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{23^2}$	$-\frac{2}{21^2}$	$-\frac{2}{19^2}$	$-\frac{2}{17^2}$	$-\frac{2}{15^2}$	$-\frac{2}{13^2}$	$-\frac{2}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$	$+\frac{2}{13^2}$	$+\frac{2}{15^2}$	$+\frac{2}{17^2}$	$+\frac{2}{19^2}$	$+\frac{2}{21^2}$	$+\frac{2}{23^2}$
14.eme .. $\frac{2DR^2}{(R+26r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{25^2}$	$-\frac{2}{23^2}$	$-\frac{2}{21^2}$	$-\frac{2}{19^2}$	$-\frac{2}{17^2}$	$-\frac{2}{15^2}$	$-\frac{2}{13^2}$	$-\frac{2}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$	$+\frac{2}{13^2}$	$+\frac{2}{15^2}$	$+\frac{2}{17^2}$	$+\frac{2}{19^2}$	$+\frac{2}{21^2}$
15.eme .. $\frac{2DR^2}{(R+28r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{27^2}$	$-\frac{2}{25^2}$	$-\frac{2}{23^2}$	$-\frac{2}{21^2}$	$-\frac{2}{19^2}$	$-\frac{2}{17^2}$	$-\frac{2}{15^2}$	$-\frac{2}{13}$	$-\frac{2}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$	$+\frac{2}{13^2}$	$+\frac{2}{15^2}$	$+\frac{2}{17^2}$	$+\frac{2}{19^2}$
16.eme .. $\frac{2DR^2}{(R+40r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{29^2}$	$-\frac{2}{27^2}$	$-\frac{2}{25^2}$	$-\frac{2}{23^2}$	$-\frac{2}{21^2}$	$-\frac{2}{19^2}$	$-\frac{2}{17^2}$	$-\frac{2}{15^2}$	$-\frac{2}{13^2}$	$-\frac{2}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$	$+\frac{2}{13^2}$	$+\frac{2}{15^2}$	$+\frac{2}{17^2}$
17.eme .. $\frac{2DR^2}{(R+32r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{31^2}$	$-\frac{2}{29^2}$	$-\frac{2}{27^2}$	$-\frac{2}{25^2}$	$-\frac{2}{23^2}$	$-\frac{2}{21^2}$	$-\frac{2}{19^2}$	$-\frac{2}{17^2}$	$-\frac{2}{15^2}$	$-\frac{2}{13^2}$	$-\frac{2}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$	$+\frac{2}{13^2}$	$+\frac{2}{15^2}$
18.eme .. $\frac{2DR^2}{(R+34r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{33^2}$	$-\frac{2}{31^2}$	$-\frac{2}{29^2}$	$-\frac{2}{27^2}$	$-\frac{2}{25^2}$	$-\frac{2}{23^2}$	$-\frac{2}{21^2}$	$-\frac{2}{19^2}$	$-\frac{2}{17^2}$	$-\frac{2}{15^2}$	$-\frac{2}{13^2}$	$-\frac{2}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$	$+\frac{2}{13^2}$
19.eme .. $\frac{2DR^2}{(R+36r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{35^2}$	$-\frac{2}{33^2}$	$-\frac{2}{31^2}$	$-\frac{2}{29^2}$	$-\frac{2}{27^2}$	$-\frac{2}{25^2}$	$-\frac{2}{23^2}$	$-\frac{2}{21^2}$	$-\frac{2}{19^2}$	$-\frac{2}{17^2}$	$-\frac{2}{15^2}$	$-\frac{2}{13^2}$	$-\frac{2}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$	$+\frac{2}{11^2}$
20.eme .. $\frac{2DR^2}{(R+38r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{37^2}$	$-\frac{2}{35^2}$	$-\frac{2}{33^2}$	$-\frac{2}{31^2}$	$-\frac{2}{29^2}$	$-\frac{2}{27^2}$	$-\frac{2}{25^2}$	$-\frac{2}{23^2}$	$-\frac{2}{21^2}$	$-\frac{2}{19^2}$	$-\frac{2}{17}$	$-\frac{2}{15^2}$	$-\frac{2}{13^2}$	$-\frac{2}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$	$+\frac{2}{9^2}$
21.eme .. $\frac{2DR^2}{(R+40r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{39^2}$	$-\frac{2}{37^2}$	$-\frac{2}{35^2}$	$-\frac{2}{33^2}$	$-\frac{2}{31^2}$	$-\frac{2}{29^2}$	$-\frac{2}{27^2}$	$-\frac{2}{25^2}$	$-\frac{2}{23^2}$	$-\frac{2}{21^2}$	$-\frac{2}{19^2}$	$-\frac{2}{17^2}$	$-\frac{2}{15^2}$	$-\frac{2}{13^2}$	$-\frac{2}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$	$+\frac{2}{7^2}$
22.eme .. $\frac{2DR^2}{(R+42r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{41^2}$	$-\frac{2}{39^2}$	$-\frac{2}{37^2}$	$-\frac{2}{35^2}$	$-\frac{2}{33^2}$	$-\frac{2}{31^2}$	$-\frac{2}{29^2}$	$-\frac{2}{27^2}$	$-\frac{2}{25^2}$	$-\frac{2}{23^2}$	$-\frac{2}{21^2}$	$-\frac{2}{19^2}$	$-\frac{2}{17^2}$	$-\frac{2}{15^2}$	$-\frac{2}{13^2}$	$-\frac{2}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$	$+\frac{2}{5^2}$
23.eme .. $\frac{2DR^2}{(R+44r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{43^2}$	$-\frac{2}{(41)^2}$	$-\frac{2}{39^2}$	$-\frac{2}{37^2}$	$-\frac{2}{35^2}$	$-\frac{2}{33^2}$	$-\frac{2}{31^2}$	$-\frac{2}{29^2}$	$-\frac{2}{27^2}$	$-\frac{2}{25^2}$	$-\frac{2}{23^2}$	$-\frac{2}{21^2}$	$-\frac{2}{19^2}$	$-\frac{2}{17^2}$	$-\frac{2}{15^2}$	$-\frac{2}{13^2}$	$-\frac{2}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$	$+\frac{2}{3^2}$
24.eme .. $\frac{2DR^2}{(R+46r)^2} =$	$-\frac{2\delta}{45^2}$	$-\frac{2}{43^2}$	$-\frac{2}{41^2}$	$-\frac{2}{39^2}$	$-\frac{2}{37^2}$	$-\frac{2}{35^2}$	$-\frac{2}{33^2}$	$-\frac{2}{31^2}$	$-\frac{2}{29^2}$	$-\frac{2}{27^2}$	$-\frac{2}{25^2}$	$-\frac{2}{23^2}$	$-\frac{2}{21^2}$	$-\frac{2}{19^2}$	$-\frac{2}{17^2}$	$-\frac{2}{15^2}$	$-\frac{2}{13^2}$	$-\frac{2}{11^2}$	$-\frac{2}{9^2}$	$-\frac{2}{7^2}$	$-\frac{2}{5^2}$	$-\frac{2}{3^2}$	-1	$+1$

la surface *H o* sur le même point *q*. Si nous n'avions pas égard à l'action de la surface *H o*, & que nous calculions la variation au milieu *q* du cylindre *a m''* à 30 pieds de son extrémité, d'après la méthode de l'article qui précède, l'on trouveroit pour cette variation sur la longueur d'un rayon, $n\,r = 0{,}0766\,D$. Ainsi, si la variation étoit constante sur toute la longueur du cylindre, qui a 60 pieds ou 720 *r* de longueur, l'on auroit la densité à deux ou trois pouces de l'extrémité du cylindre, égale à 55 *D*; mais comme la variation augmente à mesure que l'on s'approche de l'extrémité *a* du cylindre, la densité à 2 ou 3 pouces de cette extrémité, sera beaucoup plus grande que celle que nous venons de trouver. En faisant le calcul de la variation pour les différens points du cylindre, d'après les méthodes données dans les quatre derniers articles du Mémoire qui précède, j'ai trouvé que la densité à cinq ou six pouces de l'extrémité *a*, seroit par une première approximation, égale à plus de 120 *D*, & qu'elle seroit égale à plus de 300 *D* sur la demi-sphère qui termine le cylindre.

Mais il faut remarquer que nous n'avons pas encore eu égard à l'action de la surface *O H*, dont l'électricité est de nature contraire à celle du globe *C*, & qui se réunit à celle du globe, pour pousser le point *q* ou un autre point quelconque du cylindre de *q* vers *C*; elle doit par conséquent augmenter la variation de la densité pour tous les points du cylindre; ainsi la densité de chaque point du cylindre doit être encore plus grande que celle déterminée par le calcul précédent.

Cherchons donc quelle est la densité électrique de la surface *H O*, présentée à une certaine distance d'un globe électrisé *C*. Lorsque nous aurons l'évaluation de cette densité, d'après l'expérience & la théorie, il sera facile de déterminer l'action de la surface *H O* sur un point quelconque du cylindre; & en réunissant cette action à celle du cylindre & du globe sur le même point, de calculer d'une

manière assez précise la densité électrique des différentes parties de la surface du cylindre.

LXII.

État électrique d'un plan non isolé, placé, fig. 13, *à une distance* A B *d'un globe électrisé, assez grande pour que l'électricité ne se communique pas du globe au plan, à travers la couche d'air qui les sépare.*

La *figure 13* indique la disposition du globe *C* & du plan *B t* qui lui est présenté : le globe *C* est isolé & électrisé; le plan *B* est soutenu verticalement par un support idio-électrique *e f g.* Ce plan circulaire est percé en *B* vers son centre de deux pouces de diamètre, où l'on introduit un petit plan circulaire du même diamètre que ce trou. Ce petit plan peut être ensuite placé dans la balance électrique. Je ne donnerai ici que le détail d'une expérience, & le résultat général des autres.

Expérience.

Le plan *t B*, *figure 13*, avoit 16 pouces de diamètre; le globe *C* avoit 8 pouces de diamètre; le centre *B* de ce plan étoit placé à 4 pouces de la surface du globe *C;* l'on touchoit avec le doigt en *t* le plan *B t*, & en retirant le petit cercle *B*, on l'introduisoit dans la balance électrique, dont l'aiguille étoit électrisée de la même nature d'électricité que le globe *C*. Cette aiguille étoit attirée avec une force dont on prenoit la mesure au moyen de notre micromètre de torsion; l'on touchoit tout de suite le globe *C'*, avec le même petit plan *B*, qui, présenté dans la balance, chasse l'aiguille; l'on déterminoit cette action & on la comparoit pour une même distance avec la première. Le résultat de cette expérience a été que l'action répulsive du petit plan

après avoir touché le globe, étoit quatre fois plus grande que l'action attractive du même petit plan, après avoir été placé en B au centre du grand plan $B\,t$ non isolé.

Par une suite d'expérience analogue à la précédente, en faisant varier la distance $C\,B$, & en comparant entre elles les densités électriques du point B, relativement à cette distance $B\,C$, j'ai trouvé que les densités électriques du point B, d'une nature contraire à celles du globe C, étoient exactement entre elles, en raison inverse du carré des distances du point B au centre du globe C.

LXIII.

Résultat de cette Expérience.

Il est facile de soumettre les résultats de l'expérience au calcul. Soit D la densité électrique de la surface du globe, δ celle du plan dans les parties qui avoisinent le point B: l'action d'une surface dont la densité uniforme est δ agissant en raison inverse du carré des distances, sera pour un point à distance infiniment petite de ce plan, égale à δ; celle d'une surface sphérique agissant à une distance a du centre de la sphère, si D est la densité de la surface & R son rayon, sera égale à $\frac{2\,D\,R^2}{a^2}$; ainsi, si l'on met en équation l'action du globe C & celle du plan D, les densités électriques du globe & du plan étant d'une nature contraire, l'on aura $\left(\frac{2\,D\,R^2}{a^2} + \delta\right) = 0$ ou $-\delta = \frac{2\,D\,R^2}{a^2}$; dans l'expérience de l'article qui précède $R = 4$ pouces, $a = 8$ pouces; ainsi $-\delta = \frac{1}{2}D$, quantité que nous avons paru trouver égale à $\frac{1}{4}\,D$ par notre expérience. Mais il faut se ressouvenir, ainsi que nous l'avons prouvé plus haut, *figure 8*, que lorsque le petit plan B touche le globe, il prend une quantité d'électricité double de celle de la surface touchée; d'où il suit que la quantité d'électricité

du petit plan *B*, après avoir touché le globe, eſt double de celle de la ſurface : ainſi comme en introduiſant le petit plan *B* dans le trou du grand plan *B I*, nous ne prenons qu'une denſité égale à celle du plan, il en réſulte que l'expérience, ainſi que la théorie, donnent $\delta = -\frac{1}{2} D$.

La même formule nous apprend que la denſité δ du centre *B* du plan *B t*, doit ſuivre la raiſon composée directe de la denſité électrique du gros globe & de ſa ſurface, & la raiſon inverſe du carré de la diſtance *B C* entre le milieu du plan & le centre du globe ; ce qui ſe trouve très-exactement conforme à l'expérience.

LXIV.

Remarque.

Dans l'expérience dont nous venons de donner la théorie, à l'article précédent, il ſe préſente une obſervation curieuſe, c'eſt que lorſque le plan *B t*, *figure 13*, eſt touché en *t*, le globe *C* étant électriſé, il n'y a que la ſurface du plan qui eſt du côté du globe, qui donne des ſignes d'électricité, la ſurface oppoſée reſte dans ſon état naturel ; c'eſt ce qu'il eſt facile de prouver par l'expérience, en touchant alternativement ces deux ſurfaces par un petit plan iſolé, que l'on préſente enſuite à un électromètre très-ſenſible. Lorſque ce petit plan touche le grand plan d'une ſurface du côté du globe, il donne des ſignes d'une forte électricité ; lorſqu'il le touche du côté oppoſé, il n'en donne aucun ſigne.

Ce phénomène eſt facile à expliquer par les conſidérations dont nous avons fait uſage dans les différens Mémoires qui précèdent, pour prouver que le fluide électrique ſe diſtribue ſeulement ſur la ſurface des corps. Nous y reviendrons dans le Mémoire qui ſuivra celui-ci, & qui complétera le travail que nous avons entrepris ſur l'électricité. Il aura pour objet de déterminer la manière dont le fluide électrique ſe

distribue, & pénètre la surface des corps idio-électriques, ainsi que sur les corps conducteurs qui les touchent ou les avoisinent.

L X V.

REVENONS à présent à notre deuxième exemple, *art. LXI*, dans lequel *C*, *figure 12*, est un globe de 1000 pieds, placé à 500 pieds de distance de l'extrémité d'un cylindre, dont la longueur est 60 pieds & le rayon un pouce. Dans cet exemple, le plan *H o* se trouvant à 1560 pieds du centre du globe *C*, sa densité *D'* sera représentée par $D' = \frac{2 D.(1000)^2}{(1560)^2} = 0{,}822\ D$, *D* étant la densité de la surface du globe. Si nous voulons déterminer par les méthodes d'approximation qui précèdent la variation du cylindre, nous trouverons que l'action du globe *C* sur le point *q* placé au milieu du cylindre, sera égale à $\frac{2\ D.(1000)^2}{(1530)^2}\ D = 0{,}854\ D$; l'action du plan *H o* sur le même point *q*, en supposant le rayon de ce plan très-grand relativement à la distance, $m''\ q$ sera, comme nous venons de le trouver, égale à $D' = 0{,}822\ D$, action qui pousse le point *q* vers le globe *C* dans le temps que le globe *C'* attire le même point; ainsi l'action réunie du globe & du plan *H o* sollicite le point *q* dans le sens *q C'* avec une force égale $(\text{à } 0{,}822 + 0{,}854)\ D$.

Mais nous avons vu, dans les précédens articles, que si la variation des densités du cylindre $a\ m''$, *figure 5*, suivoit une ligne droite, l'action de tout le cylindre sur un point placé à son milieu seroit égale $2\ n\ r\ (\frac{\log. \frac{l}{r}}{\mu} - 1)$, où $n\ r$ représente la variation de la densité sur une longueur égale au rayon *r* du cylindre, *l* est la longueur du cylindre, μ le module du système logarithmique; ainsi, dans notre exemple, comme

r est égal à un pouce, comme la longueur du cylindre est de soixante pieds ou de $720\ r$, nous aurons pour l'action du cylindre sur le point placé au milieu en q, la quantité $2 \,.\, 558 \,.\, n\,r$, action qui agit sur le point q de q, vers m''; ainsi l'équilibre de ce point donnera

$$(0{,}822 + 0{,}854)\ D = 2\ n\ r.\ 5{,}58 \text{ ou } n\ r = \frac{0{,}838}{5{,}58} D$$

$= 0{,}15\ D$, quantité à peu-près double de celle que nous avons trouvée lorsque nous n'avions pas égard à l'action de la surface $H\ O$.

Si je veux à présent avoir la variation au point φ, que je suppose à 5 pieds de l'extrémité a du cylindre $a\ m''$, je trouverois que l'action du plan $H\ o$ sur le point φ est à peu-près égale D' ou à $0{,}822\ D$, la distance $m''\ \varphi$ étant très-petite relativement à l'étendue électrisée du plan $H\ o$: l'action du globe sur le point φ sera égale à $\frac{2\ D\ (1000)^2}{(1505)^2}$. Pour avoir à présent l'action du cylindre sur le point φ, je supposerai le cylindre divisé en deux parties; la première $a\ p$, ayant 10 pieds de longueur; la deuxième $p\ m$, ayant 55 pieds de longueur. Si la variation de la densité trouvée au milieu du cylindre égale à $0{,}15\ D$, s'étendoit jusqu'au point p, à 10 pieds de l'extrémité a, l'on auroit à ce point la densité δ égale à $600 \times 0{,}15\ D = 90\ D$.

Ainsi, si l'on vouloit calculer l'action de la portion $p\ m''$ du cylindre sur le point φ, la densité électrique étant en p égale à δ, & décroissant de la quantité $n\ r$, sur une longueur du rayon, l'on auroit, pour exprimer cette action, en nommant $\varphi\ p$, a, & $\varphi\ m''$, x, d'après les articles qui précèdent la formule $\delta \left(\frac{r}{a} - \frac{r}{x}\right) + n\ r \left(\frac{a-x}{x}\right) + \frac{n\ r}{\mu} \log.\left(\frac{x}{a}\right)$.
Il faut dans cette formule substituer à la place de δ, sa valeur $90\ D$, à la place de a, sa valeur $60\ r$, à la place de x, la quantité 660, & à la place de $n\ r$, sa valeur $0{,}15\ D$; d'où résultera pour l'action de cette partie $m\ p$ du cylindre,

la quantité 1,14 D. Si l'on ſuppoſe à préſent, que la variation moyenne ſur les dix derniers pieds eſt $n' r$, l'on aura au point p, milieu de ces dix derniers pieds, pour l'action dans le ſens $a\,p$, des dix derniers pieds du cylindre, la quantité $2\,n'\,r\,(\frac{\log. 120}{\mu} - 1) = 7{,}58\,n'\,r$. Ainſi, en réuniſſant l'action du globe à celle de la ſurface $H\,o$ & à celle de la portion du cylindre $p\,m''$, qui agiſſent dans le même ſens, l'on aura pour l'équilibre au point φ, à 5 pieds de l'extrémité a, l'équation

$$\frac{2\,D\,(1000)^2}{(1505)^2} + 0{,}82\,D + 1{,}14\,D = 7{,}58\,n'\,r;$$

d'où $n'\,r = \frac{1{,}42}{3{,}79}\,D = 0{,}37\,D$.

Ainſi la variation à 5 pieds de l'extrémité a ſeroit, par cette approximation, égale à 0,37; d'où l'on concluroit que la variation moyenne entre un point pris au milieu du cylindre où cette variation eſt égale 0,15 D, & un point à 5 pieds de l'extrémité où elle eſt égale à 0,37 D, ſera 0,26. Ainſi l'accroiſſement de la denſité, depuis le milieu du cylindre juſqu'à cinq pieds de diſtance de l'extrémité, ſera ſur vingt-cinq pieds ou ſur 300 r de longueur, égal à $0{,}26 \times 300\,D = 78\,D$. La variation depuis le point q, milieu du cylindre, juſqu'au point m'', n'eſt pas tout-à-fait égale à 0,15 D que nous avons trouvé pour la variation au milieu du cylindre; mais en prenant cette valeur pour une première approximation, nous aurons pour l'accroiſſement de la denſité, depuis le point m'' juſqu'au milieu q du cylindre ou ſur 360 r de longueur, la quantité 54 D qui repréſentera la denſité au milieu du cylindre; ainſi en y joignant 68 D, accroiſſement de denſité que nous venons de trouver depuis le milieu du cylindre juſqu'au point φ, placé à 5 pieds de l'extrémité a du cylindre, nous aurons la denſité à ce point φ égale à 132 D.

Si, en ſuivant la méthode qui précède, je cherchois la variation à 2 pieds ou à 24 r de diſtance de l'extrémité a

du cylindre, je la trouverois pour la longueur d'un rayon, égale à 1,07 *D;* je trouverois ensuite la variation, sur une longueur d'un rayon pris à 6 pouces du point *a* par la même méthode d'approximation, égale à 5 *D*, ou à cinq fois la densité du globe; & en concluant, d'après ces variations, la densité à 2 ou 3 pouces de l'extrémité *a* du cylindre, on la trouveroit de plus de 200 *D.*

Si nous voulions à présent déterminer la densité électrique à l'extrémité *a* qui termine le cylindre, il seroit facile de voir, ainsi que l'expérience le prouve, que cette densité est au moins deux fois plus grande que celle du point *b*, qui n'en seroit éloignée que d'à peu-près une longueur égale au demi-diamètre du cylindre ou au rayon de la demi-sphère qui le termine. Pour le prouver, supposons que depuis le point *b*, qui répond à l'équateur de la demi-sphère jusqu'au point *m''*, la densité du cylindre soit uniforme & égale à δ; que la densité de la surface de la demi-sphère *a b* est égale à δ'; l'on trouvera par un calcul très-facile, que l'action de la surface de la demi-spèhre *a b* sur son centre *e* dans la direction *a m''*, est égale à $\frac{\delta'}{2}$; l'on trouvera que l'action de la surface du cylindre *b m''* sur le point *e* dans la même direction, est égale à δ. Ainsi, en réunissant à cette action, celle de la sphère *C'* & celle de la surface *H o*, elles doivent faire équilibre à l'action de la demi-sphère *a b*, d'où résulte l'équation

$$\frac{\delta'}{2} = \delta + \frac{2\,D\,(1000)^2}{(1500)} + 0{,}82\ D;$$ & comme δ est beaucoup plus grand que *D*, il en résulte que δ' ou que la densité électrique sur la surface de la demi-sphère qui termine en *a* le cylindre, est plus que double de celle de la surface de ce même cylindre à un pouce de son extrémité. Ce résultat est conforme à ce que l'expérience nous a donné, *art. LVI.*

Les calculs de cet article, quoique très-imparfaits, sont presque suffisans pour tous les objets de pratique relatifs à

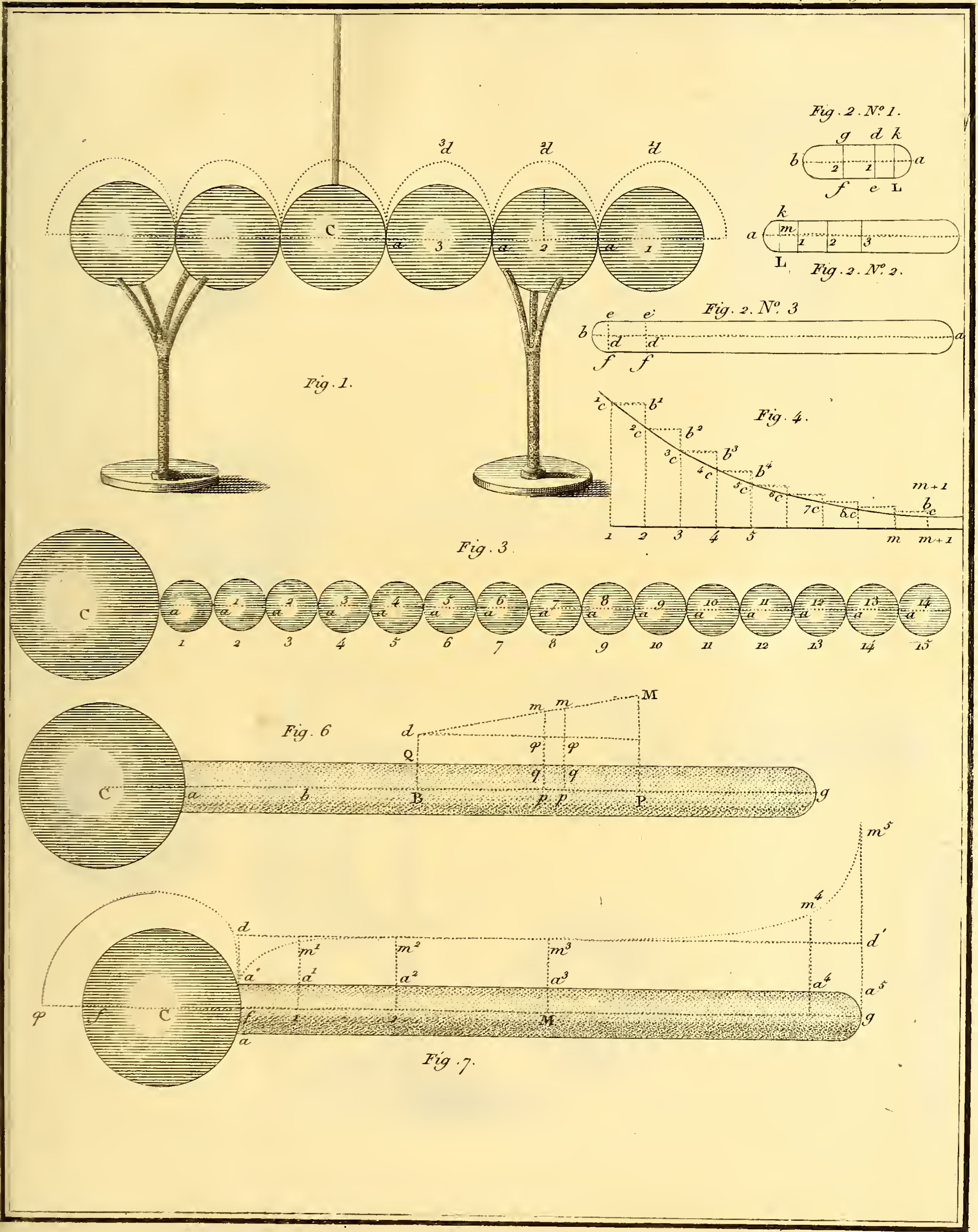
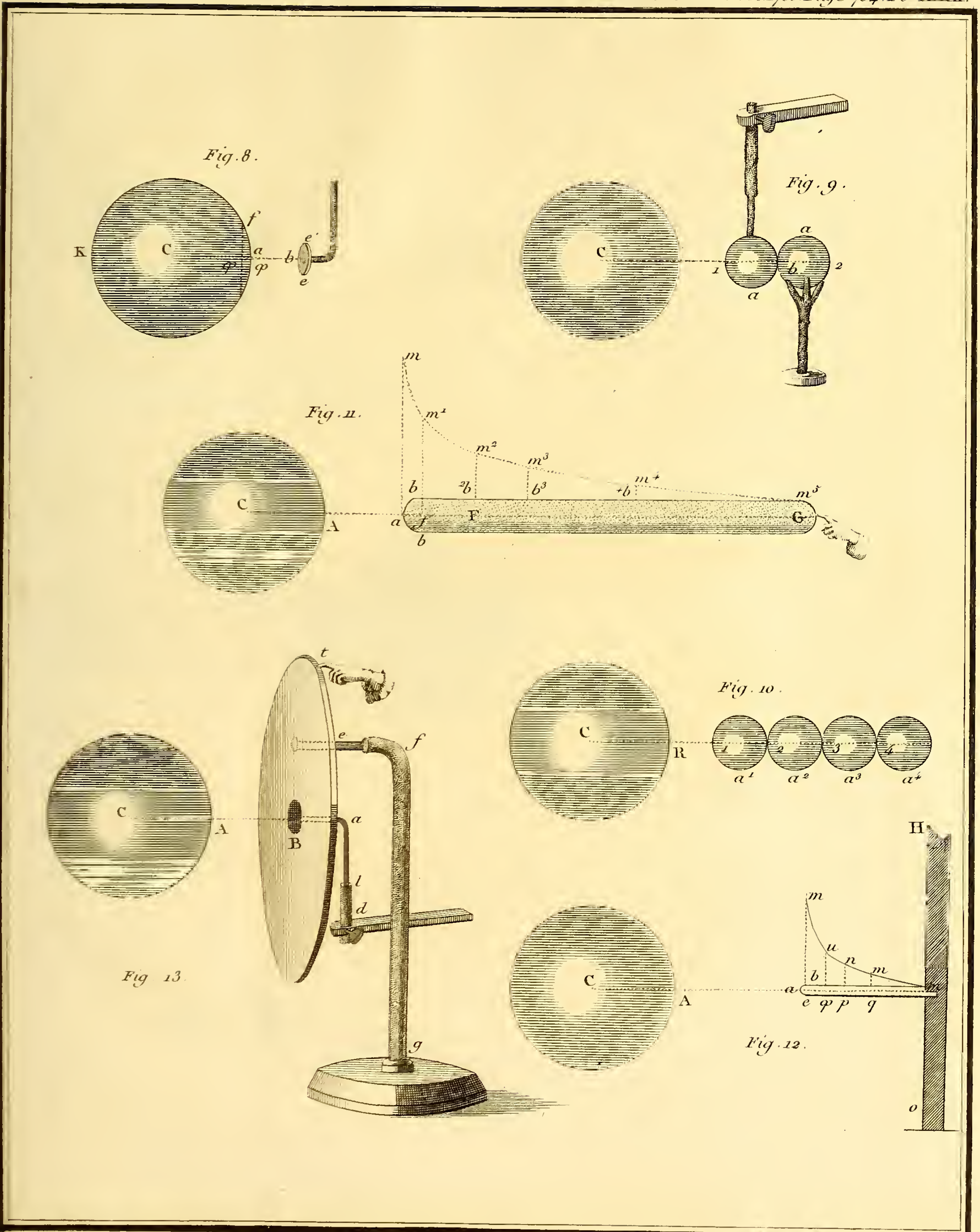


Fig. 1.
Fig. 2. N.° 1.
Fig. 2. N.° 2.
Fig. 2. N.° 3
Fig. 4.
Fig. 3.
Fig. 6
Fig. 7.



Gravé par Adam

à l'électricité, où il pourroit être néceſſaire d'employer le calcul. Mais les valeurs données par cette première approximation, peuvent être corrigées & rapprochées de la vérité autant que l'on voudra, en regardant, ainſi que nous l'avons dit à la fin de l'*article LX*, la courbe des denſités comme un polygone, dont l'inclinaiſon des côtés ſeroit donnée relativement à l'*axe du cylindre*, par l'approximation qui précède: le calcul de l'action des différentes parties de la ſurface du cylindre ſur un point de ſon axe, ſe feroit par les méthodes expliquées à l'*art. XXXV* & *ſuiv.* & donneroit la variation au milieu d'une partie du cylindre, partie que l'on pourroit prendre plus ou moins grande, ſuivant que le point dont on voudroit déterminer la variation, ſeroit plus ou moins près de l'extrémité *a*.

DE LA JONCTION

Des Obſervatoires de Paris & de Greenwich, & Précis des travaux géographiques exécutés en France qui y ont donné lieu.

Par M. DE CASSINI.

Lû à la rentrée de Pâques 1787.

AUCUN ſiècle ne s'eſt occupé avec plus de lumières & de ſuccès que celui-ci, de la perfection de la géographie; aucune nation n'a contribué plus que la nation Françoiſe, aux progrès de cette ſcience. Je n'entreprendrai pas de faire le tableau des travaux immenſes exécutés par des François au travers des montagnes du Pérou, ſur les glaces du cercle polaire, au milieu des ſables de l'Afrique. Je ne parlerai point des voyages & des eſſais multipliés faits ſur mer, à l'occaſion des diverſes méthodes propoſées pour la ſolution du problème des longitudes, & particulièrement des montres marines. Il ne ſera queſtion ici que des opérations faites dans l'intérieur de la France, & qui ont donné lieu à celles dont nous avons à rendre compte dans ce Mémoire.

Le célèbre Picard fut le premier qui, en 1669, réuniſſant les méthodes géométriques & aſtronomiques, meſura avec des ſoins & une préciſion juſqu'alors inconnus, la diſtance entre Malvoiſine & Amiens, & nous donna la première meſure exacte du degré du méridien. Quatorze années après, J. D. Caſſini entreprit de décrire d'un bout à l'autre du royaume la méridienne de l'Obſervatoire, en continuant du côté du midi la chaîne de triangle que Picard avoit commencée vers le nord. Il s'appuya ſur la baſe de Villejuif, meſurée par cet académicien; & partant de ce terme, il pouſſa ſes opérations, dans la même année

SEPTIÈME MÉMOIRE SUR L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNETISME.

PAR M. COULOMB.

Du Magnétisme.

I.

DANS les six mémoires qui précèdent, imprimés successivement dans les volumes de l'Académie, depuis 1784, j'ai eu principalement en vue de soumettre au calcul les différens phénomènes de l'électricité. Le mémoire que je présente aujourd'hui a pour objet de déterminer, par l'expérience et par le calcul théorique, les loix du magnétisme.

Il est nécessaire, pour les opérations qui vont suivre, de rappeller quelques résultats que j'ai déjà donné, soit dans un mémoire sur les aiguilles aimantées, imprimé dans le neuvième volume des Savans étrangers, soit dans un mémoire imprimé dans notre volume de 1785.

Dans le premier de ces mémoires, j'ai prouvé, pag. 168, « que si une aiguille aimantée est suspendue par son centre » de gravité, autour duquel elle puisse se mouvoir libre» ment dans tous les sens, et que l'on l'éloigne du méridien » magnétique, elle y est toujours ramenée, par une force » constante, quelque soit l'angle de direction que l'aiguille » forme avec le méridien magnétique. »

Dans ce mémoire, j'ai rapporté quelques expériences de

différens auteurs, d'où j'avois déduit le résultat qui précède; mais *en* 1785, *volume de l'Académie, page* 603 *et suivantes*, je l'ai confirmé au moyen de ma balance de torsion, par une expérience qui paroît décisive, voici en quoi elle consiste; l'on place dans la balance magnétique, telle qu'elle est décrite dans ce mémoire, une aiguille aimantée suspendue horisontalement par un fil de cuivre, de manière que lorsque l'aiguille se trouve dans la direction du méridien magnétique, l'angle de torsion du fil de suspension soit nul: l'on tord ensuite le fil de suspension, au moyen du micromètre décrit dans les différens Mémoires qui précèdent, l'on observe pour différens angles de torsion, de combien l'aiguille s'éloigne de son méridien, et l'on trouve que la force de torsion nécessaire pour retenir une aiguille à une distance quelconque de son méridien, est très-exactement proportionnelle au sinus de l'angle que la direction de l'aiguille forme avec ce méridien, d'où il résulte évidemment que la résultante des forces qui ramènent l'aiguille à son méridien, est une quantité constante parallèle au méridien, qui passe toujours par le même point de l'aiguille.

J'ai prouvé encore, *neuvième volume des Savans étrangers, page* 170, que les forces magnétiques du globe de la terre qui sollicitent les différens points d'une aiguille aimantée, agissent dans deux sens opposés; que la partie de l'aiguille qui se dirige dans nos climats à-peu-près vers le Nord, est attirée vers le Nord, tandis que la partie australe de l'aiguille est attirée vers le Sud; mais de quelque manière que l'aiguille ait été aimantée, soit même qu'après avoir été aimantée, l'on en coupe une moitié où une portion quelconque, la somme des forces qui sollicite vers le Nord l'aiguille où la portion que l'on en détache, est exactement égale à la somme des forces qui sollicite l'aiguille ou sa portion coupée vers le Sud du méridien magnétique. J'ai déduit ce résultat de plusieurs expériences, dont la plus simple est qu'une aiguille pesée avant et après avoir été aimantée, a dans l'un et l'autre

cas,

cas, très-exactement le même poids. M. Bouguer, dans son *voyage au Pérou*, *page* 85 *et suivantes*, avoit prouvé avant moi, par des expériences décisives, cette égalité d'actions opposées.

C'est encore un fait d'expérience, comme nous l'avons déjà dit dans les mémoires cités, que les aiguilles aimantées ne sont susceptibles que d'un certain degré de magnétisme qu'elles ne peuvent outre-passer quelque forts que soient les aimans dont on se sert successivement pour les aimanter.

Enfin nous avons prouvé, *Mémoires de* 1786, que les actions attractives et répulsives des molécules magnétiques, étoient en raison directe de l'intensité magnétique et de l'inverse du carré de leurs distances.

Tous ces faits étant connus, voici les principaux objets que j'ai cherché à déterminer dans le mémoire que je présente.

1° Le rapport des forces directrices qui ramènent au méridien magnétique des aiguilles de différentes dimensions, mais de même nature, lorsqu'elles sont aimantées à saturation. 2° L'intensité magnétique de chaque point d'une aiguille. 3°. Dans quelles limites il faut renfermer les hypothèses d'attraction et de répulsion des fluides aimantaires, pour que ces hypothèses puissent cadrer avec l'expérience. 4°. Les moyens pratiques les plus avantageux indiqués par l'expérience et la théorie, pour aimanter les aiguilles à saturation et pour former des aimants artificiels d'une grande force.

II.

Je me suis servi, *fig.* 2, dans la plus grande partie des expériences, d'une balance de torsion absolument semblable à la balance électrique décrite dans les différents mémoires que j'ai déjà donnés, *volume de* 1787, il n'y a que le support de l'aiguille *figure* 1, dont la forme est particu-

lière, et telle que l'exige le nouveau genre d'expériences auxquelles il est destiné.

Dans le dessin de ce support, *fig.* 1, *ab*, représente la pince qui saisit par sa partie supérieure le fil de suspension *ag*; ce fil, ainsi que nous l'avons dit dans les mémoires sur l'électricité, est pris à son extrémité supérieure par une autre pince qui fait partie du mi[illegible] [illegible]romètre, (*voyez volume de l'Académie* [illegible], *page* 569 : 1787, *page* 421,) la pince *a*[illegible] [illegible], saisit par son extrémité inférieure *b*, un [illegible]trier, 1 2 3 4, formé avec une lame de cuivre très-légère. Dans cet étrier l'on place un petit plan de carton PL, couvert, dans sa surface supérieure, d'un enduit de cire d'Espagne, sur lequel l'on donne l'empreinte du fil d'acier que l'on veut soumettre aux expériences, ce qui donne la facilité, dans les essais successifs, de placer toujours le fil dans le même endroit : sous le milieu de cet étrier, l'on soude par son extrémité supérieure *f*, un fil de cuivre *ef*, dont l'extrémité inférieure *e*, est également soudée à un plan de cuivre D C R, très-large et très-leger. Ce plan vertical D C R, est submergé dans un vase V A, rempli d'eau, de manière que la surface de l'eau soit au moins de cinq ou six lignes, au-dessus du sommet *e* du plan. La résistance de l'eau contre le plan, est destinée à arrêter promptement les oscillations de l'aiguille *sn*; mais il faut, comme nous venons de le dire, que le plan soit entièrement plongé dans l'eau, autrement dans les oscillations de l'aiguille, la surface de l'eau, s'élevant inégalement et adhérant à la surface du plan, pourroit faire varier la direction magnétique de l'aiguille (1).

(1) Dans le volume de l'Académie de 1785, j'ai donné la description d'une boussole destinée à observer les variations diurnes; dans ce mémoire j'ai proposé de souder un petit plan à l'aiguille. Les motifs exposés ici indiquent qu'il faut que ce petit plan soit soudé à un fil de cuivre, qui soit dans la même verticale que le fil de suspension, qu'il faut en outre que le plan soit entièrement submergé.

La *fig.* 2 représente l'appareil que nous venons de décrire, placé dans la balance magnétique. L'on pose cette balance de manière que son côté *ab* soit dirigé suivant le méridien magnétique : la petite bande 45,0 , 45 , tracée sur le côté de la balance perpendiculairement au méridien magnétique, est la tangente d'un cercle qui auroit son centre dans le fil de suspension, ensorte qu'un plan vertical, passant par ce fil de suspension et le point *o*, milieu de la tangente, représente le méridien magnétique, la tangente, o,45, est divisée suivant les degrés du cercle : pour opérer, l'on place d'abord horisontalement, dans l'étrier E, un fil de cuivre, et le micrometre étant sur le point *o*, l'on fait ensorte que la torsion étant nulle, le fil de cuivre se dirige dans le méridien magnétique. Nous avons donné dans nos Mémoires pour 1787, des méthodes qui rendent cette opération très-facile; lorsque la balance est ainsi disposée, l'on substitue à l'aiguille de cuivre une aiguille aimantée; ensuite, au moyen du micromètre de torsion, l'on éloigne cette aiguille de 20 à 30 degrés du méridien, et l'on observe la force de torsion nécessaire pour retenir l'aiguille à une pareille distance : lorsque l'on veut comparer ensuite la force directrice de cette aiguille avec celle d'une autre aiguille, l'on substitue cette deuxième à la précédente, et l'on a soin d'éloigner la deuxième du méridien magnétique, précisément d'autant de degrés que l'on en a éloigné la première; il en résulte que les deux aiguilles, formant dans les deux expériences, le même angle avec le méridien magnétique, la force de torsion mesurera nécessairement les *momentum* de leurs forces directrices. Lorsque les angles de direction avec le méridien magnétique ne sont pas les mêmes dans les deux expériences, il est facile de les évaluer par le calcul, d'après les principes de l'article premier.

Il faut prévenir que, dans les expériences, pour donner de la précision aux résultats, il faut toujours proportionner la force de torsion des fils de suspension à la force aimantaire des aiguilles, de manière qu'en éloignant

les aiguilles à 30 degrés de leur méridien, la force de torsion des fils de suspension qui la retiennent à cette distance, soit toujours au moins de 25 à 30 degrés : c'est d'après cette observation que je me suis servi quelquefois de fil de cuivre de clavecin, tels qu'on les trouve sous différens numéros dans le commerce, et quelquefois de fils d'argent : dans les aiguilles d'un magnétisme très-foible, où le fil d'argent ne m'auroit donné que 2 ou 3 degrés de torsion, je suspendois les aiguilles à un fil de soie très-fin, et comptant le nombre d'oscillations qu'elles faisoient dans un temps donné, je calculois leur force directrice, au moyen des formules du mouvement oscillatoire que j'ai détaillé, *Mémoire cité neuvième volume des Savans étrangers.*

III.

Le rapport des forces de torsion de deux fils de suspension, inégaux en force, est facile à déterminer, soit par les formules et les expériences que nous avons donné, volume de l'Académie de 1784, soit plus simplement en suspendant successivement dans une position horisontale la même aiguille aimantée aux deux fils, au moyen du micromètre de torsion ; car si l'on éloigne pour les deux suspensions l'aiguille aimantée à une même distance de son méridien, les angles de torsion nécessaires pour tordre les deux fils, mesurent nécessairement le rapport de leur force de torsion, puisqu'ils retiennent l'un et l'autre à ce degré de torsion, la même aiguille aimantée, à la même distance de son méridien.

Dans les expériences qui vont suivre, je me suis principalement servi, pour les suspensions, d'un fil de cuivre numéroté 12, le plus fin que l'on trouve dans le commerce, et d'un fil d'argent beaucoup plus fin et dont la force de torsion, à même longueur, n'est que la trentième partie du fil de cuivre ; mais toutes les expériences, de quelqu'espèce

de suspension dont nous nous soyons servi, ont été rapportées par le calcul à celles qui auroient eu lieu avec un même fil de cuivre numéroté 12 dans le commerce, de 14 pouces de longueur : ce fil pèse 0,83 grains, le pied de longueur.

I V.

Comparaison des momentum *magnétiques de différentes aiguilles d'acier, du même diamètre et de différentes longueurs.*

PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

Fil d'acier pesant 38 *grains le pied.*

Le fil d'acier dont on s'est servi dans cette expérience, ainsi que dans toutes celles qui vont suivre, est du fil d'acier d'Angleterre, passé à la filière, d'un diamètre, par conséquent, égal dans toute sa longueur.

L'on place l'aiguille aimantée à saturation, dans l'étrier de suspension, le long d'une empreinte dirigée dans le méridien magnétique. L'on tord ensuite, dans tous les essais, le fil de suspension, jusqu'à ce que la direction de l'aiguille fasse un angle de 30 degrés avec le méridien magnétique, l'on observe l'angle de torsion : coupant ensuite l'aiguille d'acier successivement à différentes longueurs, et l'aimantant à chaque fois à saturation, l'on observe pour chaque aiguille, l'angle de torsion qui les retient à 30 degrés de leur méridien,

L'on s'est servi dans cette expérience, pour la suspension, d'un fil d'argent très-fin et dont la force de torsion n'étoit que le trentième du fil de cuivre numéroté 12 ; mais en divisant par 30 l'angle de torsion trouvé par l'expérience, l'on a réduit les résultats aux nombres de degrés qui auroient été observés si l'on s'étoit servi du fil de cuivre numéroté 12. Il est bon d'avertir encore, que cette réduction a eu lieu dans toutes les expériences qui vont suivre, et l'on a eu :

1er. *Essai.* La longueur du fil d'acier aimanté, étant de 12 pouces, il a fallu, pour le retenir à 30 degrés de son méridien, une force de torsion de.	11,50	Degrés.
2e. *Essai.* Avec un fil d'acier de 9 pouces de longueur	8,50	
3e. *Essai.* Avec un fil d'acier de 6 pouces . .	5,30	
4e. *Essai.* Avec un fil d'acier de 3 pouces . .	2,30	
5e. *Essai.* Avec un fil d'acier de 2 pouces . .	1,30	
6e. *Essai.* Avec un fil d'acier de 1 pouce . .	0,35	
7e. *Essai.* Avec un fil d'acier de ½ pouce . .	0,07	
8e. *Essai.* Avec un fil d'acier de ¼ pouce . .	0,02	

V.

DEUXIÈME EXPÉRIENCE.

Fil d'acier, pesant 865 *grains le pied de longueur, ou ayant à-peu-près* 2 *lignes de diamètre.*

1er *Essai.* La longueur du fil d'acier, aimanté à saturation, étant de 18 pouces, il a fallu, pour le retenir à 30 degrés de son méridien, une force de torsion de	288,00	Degrés.
2e. *Essai.* Pour une longueur de 12 pouces .	172,00	
3e. *Essai.* Pour une longueur de 9 pouces .	115,00	
4e. *Essai.* Pour une longueur de 6 pouces .	59,00	
5e. *Essai.* Pour une longueur de 4½ pouces .	34,00	
6e. *Essai.* Pour une longueur de 3 pouces .	13,00	
7e. *Essai.* Pour une longueur de 1½ pouce .	3,00	
8e. *Essai.* Pour une longueur de 1 pouce .	1,46	
9e. *Essai.* Pour une longueur de ½ pouce .	0,32	

V I.

Résultat de ces deux Expériences.

Dans la première expérience, on a trouvé qu'en éloi-

gnant l'aiguille d'acier, dont les 12 pouces de longueur pèsent 38 grains, à 30 degrés du méridien magnétique, la force de torsion, qui la ramenoit vers ce méridien, étoit mesurée par 11,50 degrés; que pour une longueur de 9 pouces, cette force de torsion étoit mesurée par 8,50 degrés; ainsi, dans ces deux essais, la diminution de la force directrice a été de 3 degrés ou d'un degré par pouce. En continuant cette opération, l'on trouve que de 9 pouc. à 6 pouc. la diminution de la force directrice a été de 3,2 pouces, encore très-approchant d'un degré par pouce; de 6 pouces à 3 pouces, la diminution a encore été de 3 degrés; et de 3 pouces à 1 pouce elle a été de deux degrés, c'est-à-dire, toujours d'un degré par pouce de diminution, d'où il est facile de conclure que jusqu'à ce que l'aiguille pesant 38 grains, soit réduite à un pouce de longueur, l'on trouve un rapport constant entre les quantités dont les aiguilles sont diminuées et celles dont les forces directrices diminuent; mais en comparant les longueurs de la même aiguille au-dessous d'un pouce, il paroîtroit, d'après cette première expérience, que les *momentum*, depuis 1 pouce jusqu'à un quart de pouce, sont à-peu-près comme le carré des longueurs des aiguilles.

Dans la deuxième expérience, l'on trouve un résultat analogue à celui de la première. Car, comparant dans cette expérience le premier essai avec le deuxième, l'on trouve qu'une diminution de 6 pouces dans l'aiguille de 18 pouces de longueur, produit dans le *momentum* de la force directrice, une diminution de 116 degré, ou de 19 un tiers de degré par pouce.

En réduisant ensuite cette même aiguille de 12 pouces à 6 pouces, l'on trouvera encore dans les *momentum* une diminution de 19 degrés par pouce : mais de 6 pouces de longueur à 4 pouces et demi, le *momentum* de la force directrice ne diminue que de 16,6 degrés par pouce. Au-dessous de 4 pouces et demi jusqu'à un demi-pouce, il paroî-

troit que les *momentum* suivent à-peu-près le carré des longueurs des aiguilles; ensorte que l'on peut, sans grande erreur, supposer dans cette deuxième expérience, que le *momentum* des aiguilles d'acier de 2 lignes de diamètre, depuis 0 pouce jusqu'à 5 pouces de longueur, sont à-peu-près comme le carré de leurs longueurs; et que pour une plus grande longueur d'aiguille, les accroissemens des *momentum* sont à-peu-près proportionnels aux accroissemens des longueurs. Je dis à-peu-près, car lorsque les aiguilles sont aimantées à saturation, l'on trouve que les accroissemens des momens sont presque toujours un peu plus grands que les accroissemens des longueurs, mais cette variation est généralement trop peu considérable pour être appréciée par des expériences du genre des deux qui précédent.

VII.

Du momentum *de la force directrice des aiguilles, relativement à leur diamètre.*

Nous venons de voir la marche que suivent les *momentum* des forces directrices de deux aiguilles de différentes longueurs, mais de même diamètre : nous allons actuellement chercher à déterminer les rapports des *momentum* de la force directrice de deux aiguilles aimantées à saturation, de différens diamètres : mais je dois commencer par prévenir que dans le courant des expériences, j'ai bientôt reconnu qu'il étoit presqu'impossible de se procurer deux aiguilles d'acier de différens diamètres, qui eussent exactement le même degré de ressort, et qui fussent d'une nature homogène : ainsi, pour avoir les lois du magnétisme dans les aiguilles de différens diamètres, j'ai été obligé de former des faisceaux d'aiguilles très-fines et tirées du même fil. Ce qui a beaucoup facilité cette opération, c'est qu'en tordant autour de son axe un fil de fer de demi-ligne à-peu-près de diamètre, et tel qu'on en trouve dans le commerce, j'ai vu que par cette

cette torsion il prenoit de l'écrouissement et du ressort, et qu'il étoit susceptible, presque, du même degré de magnétisme, qu'un fil d'acier du même diamètre : d'après cette observation, j'ai choisi un fil de fer très-pur, tel qu'il sort de la filière avant d'être recuit; il avoit à-peu-près 120 pieds de longueur; je l'ai coupé en différentes parties, que j'ai tordu autour de leur axe en les tenant pour les redresser dans un état de tension; j'en ai formé des faisceaux de différens diamètres et de différentes longueurs, que j'ai aimantés à saturation. Plaçant ensuite ces faisceaux dans la balance magnétique, il a résulté d'un très-grand nombre d'expériences, dont nous allons en rapporter quelques-unes, que dans deux aiguilles de même nature, et dont les dimensions sont homologues, les *momentum* des forces directrices sont entr'eux comme le cube des dimensions homologues. Si, par exemple, je prends une aiguille d'une ligne de diamètre et de 6 pouces de longueur, et une autre aiguille de 2 lignes de diamètre et 12 pouces de longueur, dont les dimensions homologues sont, par conséquent, comme 1 : 2, les momens magnétiques de ces deux aiguilles aimantées, l'une et l'autre à saturation, seront entr'eux comme 1 est à 8, rapport des cubes de leurs dimensions homologues.

VIII.

Troisième Expérience.

L'on a tordu autour de leur axe, 36 fils de fer d'un pied de longueur, pesant 48 grains chacun; l'on a formé un faisceau de ces 36 aiguilles réunies et liées avec du fil; l'on a aimanté ce faisceau à saturation. En le suspendant ensuite horisontalement dans l'étrier de la balance magnétique, l'on a trouvé qu'il falloit un angle de torsion de 342 degrés pour retenir ce faisceau à 30 degrés du méridien magnétique.

I X.

Quatrième Expérience.

L'on a formé un second faisceau avec 9 aiguilles de 6 pouces chacune de longueur, mais de même nature et du même diamètre que celles qui ont servi dans l'expérience précédente, l'on a trouvé que pour retenir ce faisceau à 30 degrés du méridien magnétique, il falloit une force de torsion de 42 degrés.

X.

Résultat des deux expériences précédentes.

Dans les deux expériences qui précèdent, l'on s'est servi d'un fil de fer, tel qu'il sort de la filière, le plus pur que l'on ait pu se procurer; toutes les aiguilles ont été coupées à la même pièce, l'on est donc sûr qu'elles sont de même nature et de même diamètre, mais les deux faisceaux avoient leurs côtés homologues proportionels, dans le rapport de 2 à 1 les diamètres étant comme la racine carrée du nombre des aiguilles : ainsi les cubes des diamètres sont entr'eux comme 8 : 1 ; mais nous venons de trouver que les *momentum* des forces directrices des deux faisceaux, sont comme 342 : 42 : : 8,14 : 1,00, rapport qui diffère très-peu de celui de 8 à 1, ou de la masse des deux corps : l'on a répété les deux expériences qui précèdent, avec des faisceaux dont les dimensions homologues étoient comme 3 à 1, et comme 4 à 1 ; et l'on a toujours trouvé le même résultat, c'est-à-dire, les forces directrices proportionnelles aux cubes des diamètres des deux faisceaux.

X I.

Remarque.

Le résultat qui précède, qui nous a appris que les mo-

mens de la force directrice de deux aiguilles, dont les dimensions sont homologues, étaient comme le cube de ces dimensions, joint au premier résultat pour les aiguilles de même diamètre, mais de différentes longueurs, qui nous a fait connoître que, pourvu que les aiguilles eussent 40 à 50 fois leur diamètre de longueur, les momens de la force directrice croissoient ensuite proportionnellement à l'augmentation des longueurs, peuvent donner tout de suite le *momentum* magnétique de tous les fils d'acier, d'une même nature et au même degré de trempe, d'un diamètre et d'une longueur quelconque, pourvu que l'on connoisse le *momentum* de la force directrice d'une seule de ces aiguilles, ainsi que l'accroissement de son *momentum*, relativement aux accroissemens de sa longueur.

Je suppose, par exemple, que l'on veuille déterminer le *momentum* de la force directrice d'une aiguille de 48 pouces de longueur et de 6 lignes de diamètre, mais de même acier et au même degré de trempe que celle de la deuxième expérience, qui avoit 2 lignes de diamètre; la question consiste à chercher dans la deuxième expérience, la longueur d'une aiguille de 2 lignes de diamètre, qui auroit des dimensions homologues avec celle de 48 pouces de longueur et de 6 lignes de diamètre; l'on trouveroit que l'aiguille de 2 lignes de diamètre auroit 16 pouces de longueur; mais nous trouvons dans la deuxième expérience, que le *momentum* magnétique d'une aiguille de 2 lignes de diamètre et 16 pouces de longueur, auroit pour mesure 250 degrés, et puisque les dimensions homologues des deux aiguilles que l'on veut comparer, sont comme 3 est à 1, leurs cubes sont :: 27 à 1, ensorte que le *momentum* de la force directrice de l'aiguille de 6 lignes de diamètre et de 48 pouces de longueur, seroit représentée par $250 \times 27 = 6750$ degrés.

XII.

De l'action des différents points d'une aiguille aimantée, suivant que ces points sont plus ou moins éloignés de l'extrémité de l'aiguille.

Les expériences qui précèdent, et celles que nous avons données en 1785, dans les Mémoires de l'Académie, suffisent pour prouver que dans les fils d'acier, dont le diamètre est peu considérable, relativement à la longueur, les signes d'action du fluide magnétique sont concentrés vers les extrémités : l'expérience première et deuxième prouve même, comme nous le verrons tout à l'heure, que quelque soit la longueur des fils d'acier, pourvu qu'ils aient au moins 40 à 50 fois la longueur de leur diamètre, la courbe qui représente l'action magnétique de chaque point d'une aiguille, est la même, quelque soit la longueur du fil d'acier, et qu'elle s'étend à-peu-près depuis l'extrémité des aiguilles, jusqu'à une distance de ces extrémités, égale à 25 diamètres; que delà, jusqu'au milieu de l'aiguille, l'action est très-petite, ou que les ordonnées de la courbe qui exprimeroient cette action, se confondent presque avec l'axe de l'aiguille.

J'ai cherché à confirmer ce résultat par des expériences directes, en déterminant la loi que suit l'action magnétique des différens points d'une aiguille aimantée à saturation, depuis son extrémité jusqu'au milieu de l'aiguille : l'on peut appercevoir que pour le succès d'une pareille expérience, il a fallu disposer les essais de manière qu'en présentant un fil d'acier à une aiguille très-courte, il n'y eut qu'une très-petite partie du fil dont l'action sur l'aiguille fut considérable, afin de pouvoir en conclure la densité magnétique du point du fil présenté à l'aiguille.

XIII.

Dans une boëte dont la coupe est représentée en ABCD,

fig. 3, n°. 1, j'ai suspendu à la traverse F une petite aiguille d'acier, de 2 lignes de longueur et d'un quart de ligne de diamètre : au-dessous de cette aiguille, j'ai attaché à l'angle droit, avec un peu de cire, un petit cilindre de cuivre rouge, de 2 lignes de diamètre et d'un pouce de longueur, le tout étoit suspendu horisontalement par un fil de soie d'un pouce de longueur, tel qu'il sort du cocon; j'ai prouvé ailleurs que la force de torsion d'un pareil fil étoit presque nulle. L'aiguille et le cilindre de cuivre sont représentés en plan au n°. 2, *fig.* 3; 1,2 représente le fil d'acier, et 3,4 le cilindre de cuivre; l'on pose ensuite fixement dans la boëte, *fig.* 3, n°. 1, à 3 ou 4 lignes de l'aiguille *a*, une règle verticale *hi;* le long de cette règle l'on fait couler verticalement dans le méridien magnétique de l'aiguille *a*, un fil d'acier aimanté, à saturation, d'une ou deux lignes de diamètre, ensorte que le point *b* de l'axe de ce fil n'en soit qu'à deux ou trois lignes de distance.

Lorsque l'on veut déterminer l'action magnétique du point *b*, l'on fait d'abord osciller l'aiguille *a*, avant de lui présenter le fil d'acier *ns*; l'on compte le nombre d'oscillation que fait cette aiguille, en vertu de l'action seule du globe de la terre; l'on place ensuite l'extrémité *s* du fil d'acier aimanté en *b*, à la hauteur de l'aiguille *a;* l'on compte dans cette position le nombre d'oscillations que l'aiguille *a* fait dans 60″; l'on baisse successivement l'extrémité *s* du fil d'acier, de six lignes en six lignes, et à chaque fois l'on compte le nombre d'oscillations que l'aiguille *a* fait en 60″.

XIV.

De cette opération, il résulte que si l'aiguille *a* restoit toujours dans un même état de magnétisme, le point *b* du fil d'acier se trouvant seulement à trois lignes de distance de cette aiguille, il n'y auroit dans le fil que les points qui avoisinent *b*, dont l'action seroit considérable sur l'aiguille

a, puisque l'action des autres points décomposée suivant une direction horisontale, diminue à densité égale, en raison du carré des distances et de l'obliquité de leur action : ainsi en faisant successivement glisser les différens points *b* de l'aiguille le long de la règle *h i*, il en résulteroit que l'action des différens points *b* de l'aiguille, seroit à-peu-près proportionnelle au carré du nombre des oscillations faites par l'aiguille *a*, dans un temps constant.

X V.

La *fig.* 3, n°. 3, peut servir à démontrer l'assertion qui précède. *n s* représente le fil d'acier dont l'axe en *b* est placé à 3 ou 4 lignes du milieu de la petite aiguille *a;* si l'on prend au-dessus et au-dessous du point *b*, deux portions de fil *b c* et *b c'*, très-petites, relativement à la longueur totale du fil, la densité magnétique de cette portion *c c'* peut être, sans erreur sensible, représentée par une ligne droite *g k l;* ensorte que *g c* sera la densité du point *c; k b,* celle du point *b;* et *l c'*, celle du point *c'* : si l'on tire actuellement par le point *k*, une ligne *o k h*, parallèle à l'axe du fil d'acier *n s*, le triangle *g k o*, étant égal au triangle *k h l*, il en résulte que l'action de la portion *c c'* du fil d'acier *n s* sur l'aiguille *a*, étant décomposée dans une direction horisontale, est la même que si la densité magnétique eût été uniforme depuis *c* jusqu'en *c'*, et égal à *b k*, qui représente la densité du milieu *b*. Nous verrons cependant par les expériences qui vont suivre, que les résultats trouvés par le procédé que nous venons d'indiquer, exigent une correction, parce que l'état magnétique d'une aiguille *a*, dont les dimensions sont très-petites, et telles que celles de notre expérience change à mesure que les points *b* qu'on lui présente, sont plus ou moins aimantés.

XVI.

CINQUIÈME EXPÉRIENCE.

Fil d'acier de 2 lignes de diamètre et de 27 pouces de longueur.

L'on a pris un fil d'excellent acier, de 2 lignes de diamètre et de 27 pouces de longueur, de la même grosseur et de la même nature que celui de notre deuxième expérience; il a été aimanté à saturation par la méthode que nous prescrirons à la fin de ce Mémoire. L'ayant placé, ainsi qu'il est indiqué dans les deux articles qui précèdent et par la *fig.* 3, à 3 lignes de distance de la petite aiguille *a*, qui a 2 lignes de longueur et un quart de ligne de diamètre, on l'a fait couler verticalement de 6 lignes en 6 lignes, en observant à chaque fois le nombre d'oscillations de l'aiguille *a*.

1er. *Essai.* L'aiguille *a*, avant qu'on lui présente le fil d'acier, fait à-peu-près une oscillation en 60″.

2e. *Essai.* En plaçant l'extrémité *s* du fil d'acier, au niveau de l'aiguille *a*, cette aiguille fait en 60″ . . 64 Oscillations.

3e. *Essai.* L'extrémité *s* baissée de 6 lignes, l'aiguille *a* fait en 60″ 58

4e. *Essai.* L'extrémité *s* baissée d'un pouce, l'aiguille *a* fait en 60″ 44

5e. *Essai.* L'extrémité *s* baissée de 2 pouces, l'aiguille *a* fait en 60″ 18

6e. *Essai.* L'extrémité *s* baissée de 3 pouces, l'aiguille *a* fait en 60″ 12

7e. *Essai.* L'extrémité *s* baissée de 4 pouces et demi, l'aiguille *a* fait en 60″ une ou deux oscillations. Il en est de même jusqu'à ce qu'on ait baissé l'extrémité *s* du fil d'acier, jusqu'à un peu plus de 22 pouces, c'est-à-dire, jusqu'à 4 pouces et demi de l'autre extrémité *n*; pour

lors l'aiguille *a* tourne ses poles en changeant de position bout pour bout, et elle donne vers cette seconde extrémité et dans les points correspondans, à-peu-près le même nombre d'oscillations qu'à l'autre extrémité.

XVII.

Sixième Expérience.

Fil d'acier de 2 lignes de diamètre et de 10 pouces de longueur.

En présentant à l'aiguille *a*, à la même distance que dans l'expérience qui précède, un fil d'acier de la même nature et du même diamètre, mais ayant seulement 10 pouces de longueur, l'on trouve que les trois premiers pouces de chaque extrémité du fil de 10 pouces, donnent presque exactement la même action que les trois derniers pouces des extrémités du fil de 27 pouces, détaillés dans l'expérience qui précède.

XVIII.

Septième Expérience.

Fil de 5 pouces de longueur et de 2 lignes de diamètre.

Enfin, en se servant d'un fil d'acier de 5 pouces de longueur, mais du même diamètre que le précédent, l'on trouve encore aux extrémités de ces fils, et même jusqu'à cinq ou six lignes de ces extrémités, à très-peu-près, les mêmes degrés d'action qu'à l'extrémité des aiguilles des deux expériences précédentes.

XIX.

XIX.

Première Remarque.

L'action qui fait osciller l'aiguille, se mesure ainsi que l'on le sait par le carré du nombre des oscillations faites dans le même temps; d'après cette considération, j'ai construit, *fig.* 4, en prenant le carré du nombre des oscillations, la courbe *abcde*, qui représente le lieu géométrique des densités ou des actions magnétiques de tous les points de la moitié d'une aiguille de 27 pouces de longueur et de 2 lignes de diamètre; dans cette *figure* 0,13 ½ représente la moitié de la longueur de l'aiguille, et les ordonnées représentent les densités magnétiques : ces ordonnées décroissent, comme l'on voit, rapidement, et sont à-peu-près nulles vers le cinquième pouce; depuis ce point la courbe des densités se confond avec l'axe jusqu'au vingt-deuxième pouce, et sur les cinq pouces de l'autre extrémité, elles suivent à-peu-près la même loi, mais dans un sens contraire; ensorte que si la première extrémité a une densité positive, ou dont l'action, sur un pole de la même nature, soit répulsive, celle de l'autre extrémité sur le même pole sera attractive : dans la *figure* 4, nous avons doublé, à l'extrémité de l'aiguille en *o*, le nombre qui représente le carré des oscillations; il est facile de voir, d'après la méthode de l'article 15, que la véritable valeur de cette densité doit être encore plus grande, puisque dans ce point, par la position de l'aiguille, le point *b* étant *fig.* 3, n°. 1, l'extrémité de l'aiguille, il n'y a d'action que d'un des côtés de *b*, et non pas des deux côtés, comme dans tous les autres essais; d'ailleurs, la densité va en diminuant depuis le point *b*, lorsque *b* est l'extrémité du fil; au lieu que, pour pouvoir comparer le résultat du carré des oscillations dans ce cas avec les autres essais, il faudroit, d'après les observations de l'art. 14, que la densité fût uniforme,

parce qu'il n'y a pas ici de compensation d'un côté par l'autre.

X X.

Deuxième Remarque.

De la sixième expérience, nous tirerons cette conséquence intéressante, c'est que la courbe, *fig.* 4, qui représente aux deux extrémités de notre fil d'acier la densité ou l'action magnétique de chaque point de ce fil, est exactement la même, quelque soit la longueur des fils, pourvu qu'ils aient plus de 8 ou 9 pouces de longueur : de là on ne peut encore conclure que lorsqu'on mesure, relativement au méridien magnétique, le *momentum* de la force directrice de différentes aiguilles d'acier, de différentes longueurs, mais de la même nature et de la même grosseur, ces *momentum* doivent différer entr'eux d'une quantité proportionnelle aux décroissemens des longueurs des aiguilles; car, puisque le *momentum* de la force directrice de chaque aiguille, sera égal à l'aire qui représente la somme des densités magnétiques, multipliée par la distance du centre de gravité de cette aire au milieu du fil, qui est le point de suspension, que d'ailleurs l'aire des densités, ainsi que ses dimensions sont les mêmes, quelques soient les longueurs des aiguilles; il est clair que le *momentum* de la force directrice du globe de la terre, pour chaque aiguille, sera représenté par cette aire, multipliée par la distance de son centre de gravité au milieu de l'aiguille ; mais comme la distance de ce centre de gravité à l'extrémité de l'aiguille est constante, quelque soit la longueur des aiguilles, il en résulte que le *momentum* des aiguilles sera mesuré par une quantité constante, qui exprime l'aire des densités multipliée par la longueur de l'aiguille, moins la quantité constante qui représente la distance du centre de gravité de l'aire des densités, à l'extrémité de l'aiguille. Ce résultat se trouve exactement conforme

à ce que nous avons trouvé première et deuxième expérience, en cherchant le *momentum* magnétique de plusieurs aiguilles de même diamètre et de différentes longueurs ; car, nous avons vu, d'après ces deux expériences, que les momens de la force directrice croissent proportionnellement à l'accroissement des longueurs des aiguilles ; ce qui doit nécessairement avoir lieu, puisqu'en coupant une aiguille, et l'aimantant à saturation, la courbe qui représente l'aire des densités magnétiques, étant la même pour les aiguilles de différentes longueurs, le centre de gravité de cette aire se rapproche du milieu de l'aiguille de la moitié de la partie de la longueur que l'on a coupée, et par conséquent la diminution du *momentum* est proportionnelle à cette partie coupée.

XXI.

D'après la remarque qui précède, il est facile, au moyen de la première et deuxième expérience, qui nous ont servis à connoître la loi du *momentum* de la force directrice de différentes aiguilles d'une même nature et de même grosseur, mais de longueurs différentes, de déterminer la place du centre d'action, ou, ce qui revient au même, le centre de gravité de la courbe des densités magnétiques de ces aiguilles.

Prenons d'abord pour exemple l'aiguille éprouvée dans la première expérience. Cette aiguille pèse 38 grains le pied de longueur ; nous avons trouvé, art. 4, que lorsque cette aiguille avoit 12 pouces de longueur, il falloit, pour la retenir à 30 degrés de son méridien magnétique, une force de torsion de 11,50 degrés, et lorsqu'elle avoit seulement 3 pouces de longueur, il falloit une force de 2,30 pour la retenir à la même distance. Mais, d'après les remarques qui précèdent, l'aire des densités *fig.* 4, est la même pour toutes les longueurs d'aiguille de la même grosseur, ainsi le centre de gravité de cette aire est dans les deux expériences à la même distance des extrémités de l'aiguille.

Soit A la surface de cette aire, soit x la distance du centre de gravité de cette aire à l'extrémité de l'aiguille, en nommant l la moitié de la longueur de l'aiguille, l'on aura pour son *momentum* magnétique la quantité $2A$ sin. $30.^d$ $(l\text{-}x)$ et en prenant les deux quantités trouvées par la première expérience, pour le *momentum* des forces directrices des deux aiguilles de 12 pouces et de 3 pouces de longueur; nous aurons les deux équations suivantes : $2A\ (6-x)$ sin. $30 = 11,50$

Et. . . . . $2A\ (1,5-x)$ sin. $30 = 2,30$

Divisons l'une par l'autre, il en résultera : . . . $x = 0,36$ pouces.

En faisant la même opération pour l'aiguille d'acier de la deuxième expérience, qui pèse 865 grains le pied de longueur, l'on tirera sa distance du centre de gravité de l'aire des densités à l'extrémité de l'aiguille ou $x' = 1,51$ pouces. Dans ces deux expériences, les diamètres des deux fils d'acier sont entr'eux comme les racines des poids, ainsi elles sont entre elles $:: \sqrt{865} : \sqrt{38} :: 4,8 : 1,0$; mais nous trouvons la distance du centre de gravité aux extrémités des aiguilles $:: 1,510 : 36 :: 4,2 : 1,0$: ainsi il paraîtroit, d'après ces résultats, que les distances du centre d'action magnétique de deux aiguilles, à l'extrémité de ces aiguilles, sont approchant entr'elles, comme les diamètres de ces aiguilles.

XXII.

Quatrième Remarque.

Il se présente ici une difficulté qui paroît mériter quelque attention; nous venons de voir que la courbe *figure* 4, n°. 1, qui représente la densité magnétique, et qui est placée au bout du fil d'acier, de 2 lignes de diamètre, a son centre de gravité, à-peu-près à 1,5 pouces de son ex-

trémité. Nous avons vu, cinquième expérience, que la densité magnétique de cette même aiguille, ne s'étend, d'une manière bien sensible, que jusqu'à cinq pouces, à-peu-près, de l'extrémité de ce fil d'acier : or, comme 1,5 pouces est le tiers de 4,5 pouces, il résulteroit de cette comparaison que la courbe des densités magnétiques, auroit son centre de gravité placé presqu'à la même distance de son extrémité, que si la figure de cette courbe étoit à-peu-près une ligne droite : or, nous trouvons, d'après l'expérience cinquième, *fig.* 4, n°. 1, que cette courbe est convexe du côté de l'axe. Quoique ces résultats ne soient pas contradictoires, il faut observer que la cinquième expérience nous indique seulement le point où la densité magnétique du fil d'acier est peu considérable; car, elle n'est égale à o qu'au milieu du fil d'acier. Cette expérience nous indique aussi les points de deux fils d'acier aimanté, de même grosseur où la densité magnétique est la même; mais l'on ne peut pas tirer la loi exacte des densités magnétiques de tous les points du fil d'acier de cette cinquième expérience, car elle donne, pour les fortes densités du point *b*, *fig.* 3, des quantités trop grandes, relativement aux petites densités des autres points de l'aiguille, en voici la raison :

Lorsque l'aiguille *a*, *fig.* 3 n'a qu'une ou deux lignes de longueur, et moins d'une demi-ligne de diamètre, comme dans l'expérience cinquième; cette aiguille, suspendue après avoir été aimantée, oscillant librement, sans aucune action étrangère au globe de la terre, ne donne que des signes très-faibles de magnétisme; mais si l'on lui présente à trois lignes de distance, comme nous l'avons fait dans la cinquième expérience, le fil d'acier *n s*, son état magnétique augmente à mesure que le point *b* du fil d'acier est plus chargé de magnétisme : ensorte que, d'un essai à l'autre, l'aiguille *a* n'est pas dans un état de magnétisme constant; mais cet état change à mesure que l'action du point *b* est plus ou moins grande : d'où il résulte, que dans les essais succes-

sifs de cette cinquième expérience, l'action du point b sur l'aiguille a, n'est pas proportionelle à la densité aimantaire du point b, mais en raison composée de cette densité et de l'état magnétique de l'aiguille a ; ensorte que, si l'état magnétique de cette aiguille croissoit proportionnellement à la densité magnétique du point b, pour lors l'action ou les ordonnées trouvées par notre courbe *fig.* 4 n°. 1, seroient comme le carré des densités du point b : c'est-à-dire, que si cette supposition pouvoit être admise., il faudroit que les ordonneés qui représenteroient les densités, fussent seulement proportionnelles au nombre d'oscillations trouvées par les essais de cette cinquième expérience.

Une expérience qui prouve d'une manière convaincante la variation de l'état magnétique de la petite aiguille a, pendant les différens essais ; c'est que si l'on présente un seul instant l'extrémité Sud, par exemple, de l'aiguille a à une ou deux lignes de distance de l'extrémité Sud du fil d'acier ns ; pour lors, par l'action du fil ns ; le pole Sud de l'aiguille a devient dans un instant le pole Nord ; que de plus, par cette opération, cette petite aiguille se trouve aimantée à saturation, ce qui sera facile à prouver par le nombre des oscillations quelle fera librement, soit après avoir été présentée à deux lignes de distance du pole du fil d'acier $n s$, soit après avoir touché le pole de ce fil d'acier ou même un aimant plus fort, puisque dans les deux cas, l'on trouvera quelle fait, dans un même temps, le même nombre d'oscillations.

HUITIÈME EXPÉRIENCE,

Destinée à donner des Resultats plus rapprochés que la cinquième expérience.

Instruit par les observations de la remarque précédente, j'ai cherché à déterminer, par une nouvelle expérience,

les densités du fil *n s*, d'une manière plus rapprochée que par la cinquième expérience, dont nous venons de donner les détails et les inconvéniens. L'on sent que j'ai dû chercher à substituer à la petite aiguille *a*, dont l'état magnétique varioit d'un essai à l'autre, une autre aiguille dont la résistance magnétique fut plus grande, et en même temps dont l'action magnétique sur les points *b* du fil d'acier, *fig.* 3, ne fut pas assez considérable pour altérer, d'une manière sensible, l'état de ce fil; car l'action étant réciproque entre l'aiguille *a* et le fil *n s*, l'altération magnétique est également à craindre des deux côtés.

Voici comment je suis parvenu à un résultat rapproché, après plusieurs essais, pour déterminer les dimensions les plus convenables. A la place de la petite aiguille *a*, *fig.* 3. qui, dans notre cinquième expérience, n'avoit que deux lignes de longueur, et moins d'une demi-ligne de diamètre, j'ai suspendu une aiguille d'acier de 3 lignes de diamètre et de 6 lignes de longueur; j'ai placé le point *b* du fil d'acier *n s*, à 8 lignes de distance de l'extrémité de l'aiguille *a*, et j'ai suivi d'ailleurs tous les procédés de l'expérience cinquième : en calculant ensuite l'action des différens points *b* du fil d'acier *n s* sur l'aiguille *a*, d'après le carré des oscillations, j'ai trouvé les densités de ces différens points comme ils sont cotés à la *fig.* 4, n°. 2; dans cette figure, la base $0,13\frac{1}{2}$ pouces représente la moitié de l'axe de l'aiguille; les ordonnées représentent les densités magnétiques des points correspondans. La dernière ordonnée *oa*, a été determinée en faisant faire à *b a*, relativement à *b c*, le même angle que *bc* fait avec *cd*; cette dernière ordonnée devroit probablement être un peu plus grande, mais les autres se rapprochent de la vérité.

Il résulte de cette expérience, que la courbe des densités, *fig.* 4, n°. 2, à partir de l'extrémité de l'aiguille, se rapproche rapidement de l'axe, puisque dans notre expérience, l'ordonnée qui représente la densité du point placé à quatre

pouces et demi de l'extrémité du fil, est au moins dix-huit fois plus petite que celle de cette extrémité: l'on voit encore que, depuis ce point, la courbe continue à se rapprocher de l'axe, qu'elle coupe au milieu de l'aiguille, pour former, dans un sens opposé à l'autre extrémité de l'aiguille, une courbe absolument semblable à la première; en calculant la distance du centre de gravité de la courbe des densités, d'après les ordonnées de la *fig.* 4, n°. 2, on le trouve placé à 1, 3 pouces de l'extrémité *o*: nous l'avons trouvé par le calcul de la deuxième expérience, art. 21, à 1,5 pouces de distance de cette extrémité, rapport aussi exact qu'on le peut espérer, dans des expériences de ce genre, qui sembleroit seulement indiquer que la densité des points placés proche le milieu de l'aiguille, est un peu plus grande que celle indiquée par notre figure; ce qui doit venir, ainsi que nous l'avons prouvé, art. 22, de l'influence magnétique des points fortement aimantés du fil d'acier *n s*, sur l'état magnétique de l'aiguille *a*; car, quoique cet état ne soit pas sujet à des variations aussi fortes que celles de la petite aiguille de l'expérience cinquième; il y aura cependant, dans l'état de l'aiguille *a*, un accroissement de magnétisme d'autant plus sensible, que l'action du point *b* du fil d'acier *n s*, *fig.* 3, sera plus forte.

XXIV.

RÉCAPITULATION.

Réunissons en peu de mots les résultats principaux fournis par les expériences qui précedent.

1°. La courbe des intensités magnétiques peut, dans la pratique, se calculer comme un triangle qui ne s'étend que depuis l'extrémité des aiguilles jusqu'à une distance de cette extrémité, égale à 25 fois le diamètre de l'aiguille: ainsi, dans les aiguilles qui ont une longueur plus grande que 50 fois

fois leur diamètre, les *momentum* croissent comme l'accroissement des longueurs des aiguilles.

2°. Lorsque les aiguilles ont moins de 50 fois leur diamètre de longueur, les momens des forces directrices peuvent, dans la pratique, être évalués en raison du carré des longueurs des aiguilles. Ce résultat trouvé, *première et deuxième expérience*, est confirmé par la *cinquième*, *sixième et septième*, où l'on trouve que, quelle que soit la longueur des aiguilles, l'intensité magnétique de leur extrémité est sensiblement la même; ainsi, si la figure de la courbe des intensités est représentée par un triangle dont la pointe est au milieu de l'aiguille, et si l'on nomme, *fig.* 4, *n°.* 3, *n s* l'intensité magnétique des extrémités des aiguilles *A*, et x la moitié de l'aiguille, l'on aura, pour le *momentum* de la force directrice de cette aiguille, $\frac{2Ax^2}{3}$; c'est-à-dire, que les *momentum* de la force directrice, sont comme les carrés des longueurs des aiguilles, lorsque ces aiguilles sont moindres que 50 fois leur diamètre, et que le lieu géométrique des densités magnétiques est à-peu-près une ligne droite.

3°. Lorsque l'on compare deux aiguilles de même nature, dont les dimensions sont homologues, les *momentum* de leur force directrice sont comme le cube des dimensions homologues.

XXV.

Essai sur la théorie du magnétisme, avec quelques nouvelles expériences tendantes à éclaircir cette théorie.

Les physicien ont attribués pendant long-temps les effets du magnétisme à un tourbillon de matière fluide qui faisoit sa révolution autour des aimans, soit artificiels, soit naturels, en entrant par un pole, et en sortant par l'autre. Ce fluide agissoit, disoit-on, sur le fer et l'acier à cause de la configuration de leurs parties, mais il n'exerçoit aucune action sur les autres corps. A mesure, dans ce système, qu'il se

présentoit quelques phénomènes inexplicables par un seul tourbillon, l'on en imaginoit plusieurs, ou l'on combinoit plusieurs aimans entre eux; on leur donnoit, suivant le besoin, des mouvemens particuliers. C'est sur de pareilles hypothèses que sont fondés les trois Mémoires sur la cause du magnétisme, qui furent couronnés par l'Académie en 1746.

Je crois avoir prouvé, *neuvième volume des Savans étrangers, page* 137 *et* 157, combien il étoit difficile de rendre raison, au moyen des tourbillons, des différens phénomènes magnétiques; il faut donc voir si, par des suppositions simples de forces attractives et répulsives, ces phénomènes s'expliqueront plus facilement. Pour éviter toute discussion, j'avertis, comme je l'ai déjà fait dans les différens Mémoires qui précèdent, que toute hypothèse d'attraction et de répulsion, suivant une loi quelconque, ne doit être regardée que comme une formule qui exprime un résultat d'expérience; si cette formule se déduit de l'action des molécules élémentaires d'un corps doué de certaines propriétés; si l'on peut tirer de cette première action élémentaire tous les autres phénomènes; si enfin les résultats du calcul théorique se trouvent exactement d'accord avec les mesures que fourniront les expériences, l'on ne pourra peut-être espérer d'aller plus loin, que lorsqu'on aura trouvé une loi plus générale qui enveloppe dans le même calcul des corps doués de différentes propriétés, qui, jusqu'ici, ne nous paroissent avoir entre elles aucune liaison.

M. OEpinus paroît être un des premiers qui ait cherché à expliquer, au moyen du calcul, par l'attraction et la répulsion, les phénomènes magnétiques. Il pense que la cause du magnétisme peut être attribuée à un seul fluide qui agit sur ses propres parties par une force répulsive, et sur les parties de l'acier ou de l'aimant par une force attractive. Ce fluide une fois engagé dans les pores de l'aimant, ne se déplace qu'avec difficulté. Ce système a conduit M. OEpi-

nus à cette conclusion, c'est que pour expliquer différens phénomènes magnétiques, il faut supposer entre les parties solides de l'aimant une force répulsive. Depuis M. OEpinus, plusieurs physiciens ont admis deux fluides magnétiques; ils ont supposé que lorsqu'une lame d'acier étoit dans son état naturel, ces deux fluides étoient réunis à saturation; que par l'opération du magnétisme, ils se séparoient et étoient portés aux deux extrémités de la lame. D'après ces auteurs, les deux fluides exercent l'un sur l'autre une action attractive; mais ils exercent sur leurs propres parties une action répulsive; il est facile de sentir que ces deux systêmes doivent donner, par la théorie, les mêmes résultats.

Il s'agit à présent de voir si les calculs fondés sur les hypothèses qui précèdent, seront exactement d'accord avec les expériences; recherches qu'il n'étoit pas possible de tenter avant de connoître la loi d'attraction et de répulsion des molécules aimantaires des corps magnétisés; loi que nous avons trouvée, *Mémoire de l'Académie, pour 1785, page 606 et suivantes*, en raison composée de la densité ou de l'intensité magnétique et inverse du carré des distances. Il étoit également impossible de vérifier aucune hypothèse, avant d'avoir employé des moyens qui donnassent des mesures exactes dans les expériences; ainsi que nous avons tâché de le faire dans celles qui précèdent.

XXVI.

Exemple pour déterminer, par le calcul, la distribution du fluide magnétique dans une aiguille d'acier cilindrique, d'après les systêmes qui viennent d'être énoncés.

Pour simplifier les résultats et mettre les calculs à portée d'un plus grand nombre de lecteurs, nous allons appliquer une méthode d'approximation à un exemple très-simple, mais qui suffira pour nous indiquer en même-temps les ré-

sultats principaux, donnés par les expériences qui précèdent, et la marche que l'on pourra suivre dans des exemples plus compliqués. Supposons, *figure* 5, que l'aiguille d'acier cilindrique $a\,b$, a de longueur six fois son diamètre, et est divisée en six parties égales ; supposons cette aiguille aimantée à saturation, et cherchons quelle doit être la densité magnétique de chaque partie pour qu'il y ait équilibre au point de l'axe de chaque division ; supposons de plus la densité magnétique uniforme dans chaque partie et différente seulement d'une partie à l'autre : d'après cette supposition, le point 3 étant placé au milieu de l'aiguille, les densités magnétiques des points des deux côtés, à égales distances du point 3, seront égales ; mais les unes seront positives et les autres négatives. Que la limite de la force coërcitive qui empêche le fluide magnétique de couler d'une partie de l'aiguille dans l'autre, force que l'on peut comparer au frottement dans les machines, ou à la cohérence, soit représentée par la quantité constante A ; pour avoir l'action de chaque partie sur un point de l'axe, il faut déterminer, par le calcul, dans la *fig.* 6, l'action du petit cilindre $c\,d\,f\,g$, dont la densité est uniforme, sur le point de l'axe C, en supposant l'action de tous les points en raison inverse du carré des distances. Soit le rayon du cilindre $a\,g = r$, la distance $c\,b = a$, la distance $c\,a = b$, la longueur du cilindre $b\,a = a - b$, c le rapport de la circonférence au rayon ; l'action du cilindre $c\,d\,f\,g$, dont la densité est δ, agissant sur le point de l'axe C, dans la direction de l'axe $a\,c$, sera exprimée par la formule $c\,\delta\left((ab) + (bb + rr)^{\frac{1}{2}} - (aa + rr)^{\frac{1}{2}}\right)$. Voici le type du calcul qui donne cette formule. L'action d'une zône circulaire, qui auroit, *fig.* 6, n°. 2, $m\,n = d\,r$ de largeur, et $p\,m = r$ pour rayon, éloignée du point c sur lequel elle agit à la distance $p\,m = x$, seroit représentée par la quantité $\frac{c\delta r\,dr\,x}{(rr + xx)^{\frac{3}{2}}}$, cette quantité intégrée de manière

qu'elle s'évanouisse quand $r=o$ donnera pour l'action du cercle dont r est le rayon, $c\,\delta\left(1-\frac{x}{(rr+xx)^{\frac{1}{2}}}\right)$ multipliant par dx et intégrant de manière que la valeur se complette quand $x=a$, et qu'elle s'évanouisse quand $x=b$, l'on aura, *fig.* 6, n°. 2, pour représenter l'action du petit cilindre *efgd*, sur le point c, évaluée dans la direction de l'axe la formule $C\,\delta\left((a-b)+(bb+rr)^{\frac{1}{2}}-(aa+rr)^{\frac{1}{2}}\right)$ en appliquant à présent cette formule à notre exemple, où chaque partie du cilindre est égale à $2r$, et où il faut, *fig.* 5, qu'il y ait équilibre aux points de l'axe 1,2,3, entre les forces magnétiques et la résistance qu'éprouve ce fluide à passer d'un point à un autre du fil d'acier, l'on tirera les trois équations suivantes.

$$\text{au point 1} \ldots\ 0{,}77\,\overset{(1)}{\delta}=\ \ 0{,}74\,\overset{(2)}{\delta}+0{,}06\,\overset{(3)}{\delta}+\frac{A}{Cr}$$

$$\text{au point 2} \ldots\ 0{,}13\,\overset{(1)}{\delta}=-0{,}81\,\overset{(2)}{\delta}+0{,}65\,\overset{(3)}{\delta}+\frac{A}{Cr}$$

$$\text{au point 3} \ldots\ 0{,}10\,\overset{(1)}{\delta}=-0{,}22\,\overset{(2)}{\delta}-1{,}52\,\overset{(3)}{\delta}+\frac{Cr}{A},$$

en réduisant ces trois équations, l'on trouve, pour les densités magnétiques, les valeurs suivantes,

$$\overset{(1)}{\delta}=2{,}41\,\frac{A}{Cr};\ \overset{(2)}{\delta}=0{,}72\,\frac{A}{Cr};\ \overset{(3)}{\delta}=0{,}19\,\frac{A}{Cr}.$$

XXVII.

Si l'on suppose une autre aiguille dont la force coërcitive, qui dépend de la nature et du degré de trempe de l'aiguille, soit représentée par A', dont le rayon soit r', et dont la longueur soit égale à six fois son diamètre, l'on auroit une aiguille dont toutes les dimensions seroient homogènes, ou proportionnelles aux dimensions de celle qui vient de servir de tipe à notre calcul, et nommant $\overset{(1)}{d}$, $\overset{(2)}{d}$, $\overset{(3)}{d}$,

les densités correspondantes aux trois divisions de la moitié de cette aiguille, l'on aura les trois valeurs :

$$\overset{(1)}{d} = 2{,}41 \frac{A}{Cr}, \quad \overset{(2)}{d} = 0{,}72 \frac{A}{Cr}, \quad \overset{(3)}{d} = 0{,}19 \frac{A}{Cr}.$$

Ainsi dans les deux aiguilles, en comparant les densités correspondantes, l'on aura

$$\overset{(1)}{\delta} : \overset{(1)}{d} :: \overset{(2)}{\delta} : \overset{(2)}{d} :: \overset{(3)}{\delta} : \overset{(3)}{d} :: \frac{A}{r} : \frac{A'}{r'},$$

c'est-à-dire, que les densités des portions correspondantes des deux aiguilles, sont entr'elles $:: \frac{A}{r} : \frac{A'}{r'}$ en raison directe des forces coërcitives et inverse des rayons.

Si les deux aiguilles que l'on veut comparer avoient, relativement à leur diamètre, une longueur plus grande que la précédente; mais si elles étoient de dimensions homologues, il est facile de voir que l'on auroit, par la méthode qui précède, autant d'équations qu'il y auroit de division dans la moitié de l'aiguille, et comme dans chaque équation correspondante les coëfficiens des parties semblablement placées sont les mêmes, il en résulte que les densités des parties semblablement placées, seront dans tous les cas entr'elles $:: \frac{A}{r} : \frac{A'}{r'}$.

XXVIII.

Il est à présent facile de calculer d'après la théorie, le rapport des momens magnétiques des actions du globe de la terre, qui ramènent deux aiguilles aimantées à saturation de dimensions homologues au méridien magnétique; considérons dans ces deux aiguiles deux parties homologues dont les rayons soient r et r', les masses des parties homologues seront $:: r^3 : r'^3$, les masses du fluide

magnétique de ces mêmes parties seront comme les densités multipliées par le cube des rayons : mais le milieu de chaque aiguille étant dans nos expériences, le centre de rotation, autour duquel chaque partie sollicitée par la force aimantaire de la terre est rappellée à son méridien magnétique, il en résulte que chaque partie a, pour *momentum* autour de ce point, le produit de sa densité du cube du rayon et de la distance de ce point au centre de rotation. Mais comme les densités dans deux parties correspondantes de deux aiguilles homologues sont entr'elles $:: \frac{A}{r} : \frac{A'}{r'}$; que de plus, pour les parties semblablement placées dans les deux aiguilles homologues, les distances au milieu des aiguilles sont comme les rayons ; il en résulte que le *momentum* magnétique qui rappelle deux aiguilles homologues au méridien magnétique, sont entr'eux en raison directe ; composée de la force coërcitive, et du cube du rayon : mais nous avons vu, *art.* 10, qu'il résultoit de l'expérience, que dans deux aiguilles de même nature, et de dimensions homologues, les momens de la force directrice étoient comme les cubes des rayons, ce qui se trouve parfaitement conforme à la théorie.

Nous avons également trouvé Art. XXI, d'après l'expérience, que dans deux aiguilles d'acier de même nature, mais de différens diamètres, le centre de gravité de la courbe qui représentoit les densités du fluide magnétique, étoit placé relativement aux extrémités de ces aiguilles, à des distances proportionnelles à leur diamètre; les formules qui précèdent donnent le même résultat.

XXIX.

La conformité que nous trouvons ici entre les expériences fondamentales et le calcul, semble donner un grand poids, soit à l'opinion de M. OEpinus, soit au systême des deux

fluides, telle que nous l'avons présentée: cependant il faut avouer qu'il y a quelques phénomènes qui semblent se refuser entièrement à ces hypothèses; en voici un des principaux.

Nous avons vu Art. I^er^, que lorsqu'une aiguille aimantée étoit suspendue librement, la somme des forces boréales qui sollicitoient cette aiguille dans le méridien magnétique, étoit exactement égale à la somme des forces australes; ce résultat, fondé sur des expériences que l'on ne peut contredire, a lieu, non-seulement pour une aiguille que l'on vient d'aimanter; mais si après l'avoir aimantée l'on coupe cette aiguille en différentes parties; que l'on coupe, par exemple, l'extrémité de la partie boréale, cette partie suspendue sera sollicitée par des forces boréales et australes exactement égales; mais dans les hypothèses précédentes, cette partie seroit uniquement chargée de fluide boréal, et l'action des deux poles magnétiques du globe de la terre se réuniroit pour la transporter vers le pole boréal; ainsi la théorie se trouve ici en contradiction avec l'expérience.

XXX.

Je crois que l'on pourroit concilier le résultat des expériences avec le calcul, en faisant quelques changemens aux hypothèses; en voici un qui paroît pouvoir expliquer tous les phénomènes magnétiques dont les essais qui précèdent ont donnés des mesures précises. Il consiste à supposer dans le système de M. OEpinus, que le fluide magnétique est renfermé dans chaque molécule ou partie intégrante de l'aimant ou de l'acier; que le fluide peut être transporté d'une extrémité à l'autre de cette molécule, ce qui donne à chaque molécule deux poles; mais que ce fluide ne peut pas passer d'une molécule à une autre. Ainsi, par exemple, si une aiguille aimantée étoit d'un très-petit diamètre, ou si, *fig.* 7, chaque molécule pouvoit être regardée comme une

une petite aiguille dont l'extrémité nord seroit unie à l'extrémité sud de l'aiguille qui la précède, il n'y auroit que les deux extrémités *n* et *s* de cette aiguille qui donneroient des signes de magnétisme; parce que ce ne seroit qu'aux deux extrémités où un des poles des molécules ne seroit pas en contact avec le pole contraire d'un autre molécule.

Si une pareille aiguille étoit coupée en deux parties après avoir été aimantée en *a*, par exemple. L'extrémité *a* de la partie *n a*, auroit la même force qu'avoit l'extrémité *s* de de l'aiguille entière, et l'extrémité *a* de la partie *s a*, auroit également la même force qu'avoit l'extrémité *n* de l'aiguille entière avant d'être coupée.

Ce fait ce trouve très-exactement confirmé par l'expérience; car, si l'on coupe en deux parties une aiguille très-longue et très-fine après l'avoir aimantée, chaque partie éprouvée à la balance, se trouve aimantée à saturation, et quoiqu'on l'aimante de nouveau, elle n'acquérera pas une plus grande force directrice.

Chaque partie de notre aiguille, dans ce nouveau systême, de quelque manière qu'elle soit aimantée ou coupée, sera dirigée dans le méridien magnétique par des forces australes et boréales parfaitement égales; ce qui paroît être un des principaux phénomènes auquel il faut que les hypothèses satisfassent.

L'hypothèse que nous venons de faire, paroît très-analogue à cette expérience électrique très-connue. Lorsque l'on charge un carreau de verre garni de deux plans métalliques; quelque mince que soient les plans, si on les éloigne du carreau, ils donnent des signes d'électricité très-considérable : les surfaces du verre, après que l'on a fait la décharge de l'électricité des garnitures, restent elles-mêmes imprégnées des deux électricités contraires, et forment un très-bon électrophore; ce phénomène a lieu quelque peu d'épaisseur que l'on donne au plateau de verre : ainsi, le fluide électrique, quoique de nature différente des deux côtés

du verre, ne pénètre qu'à une distance infiniment petite de sa surface ; et ce carreau ressemble exactement à une molécule aimantée de notre aiguille. Et si, à présent l'on plaçoit l'un sur l'autre une suite de carreaux ainsi électrisés de manière que, dans la réunion des carreaux, le côté positif qui forme la surface du premier carreau se trouve à plusieurs pouces de distance de la surface négative du dernier carreau ; chaque surface des extrémités, ainsi que l'expérience le prouve, produira, à des distances assez considérables, des effets aussi sensibles que nos aiguilles aimantées; quoique le fluide de chaque surface des carreaux des extrémités ne pénètre ces carreaux qu'à une profondeur infiniment petite, et que les fluides électriques de toutes les surfaces en contact s'équilibrent mutuellement, puisqu'une des surfaces étant positive, l'autre est négative.

Enfin, dans aucun système d'attraction et de répulsion, l'on ne peut pas supposer qu'un des deux fluides magnétiques puisse passer d'une barre d'acier dans une autre, puisque les aiguilles aimantées sont toujours sollicitées par des forces boréales et australes, absolument égales ; cependant, si l'on remplit un petit tuyau ou une paille, de limaille d'acier, et qu'on l'aimante, l'on trouvera à ce tuyau une force directrice, très-sensible, et que l'on mesurera facilement à notre balance électrique. La limaille du tuyau se trouve dans le cas de notre hypothèse, puisque le fluide magnétique ne peut pas passer d'une molécule d'acier dans un autre.

Voici encore une expérience à l'appui de notre opinion ; le long d'une règle de bois, *fig.* 8, je place en contact par leur extrémité une file de cinq ou six parallélipipedes de fer très-doux, formant ensemble une longueur de dix-huit a vingt pouces. J'applique le pole *s* d'une barre aimantée à l'extrémité *A*, et je fais glisser, comme je l'ai fait *fig.* 3, la ligne *AB* de mes parallélipipedes à quatre ou cinq lignes de distance d'une petite aiguille *a* aimantée. Comme le fluide magnétique ne peut pas passer d'un parallélipipede à l'autre,

chaque parallélipipede devroit présenter deux poles. L'expérience apprend au contraire, que toute la ligne *A B* donne la même nature de magnétisme, que le pole *s* de l'aimant *s n* en contact par ce pole avec l'extrémité *A*. Cette expérience s'explique facilement dans notre hypothèse.

XXXI.

Il est facile, d'après ce que nous venons de dire, de se rendre compte de l'état magnétique d'une lame aimantée; que *abcd*, *fig.* 9, *n°*. 1, représente cette lame, que nous supposons formée d'une infinité d'élémens longitudinaux. *h g s* est une fibre élémentaire que l'on voit plus en grand, *fig.* 9 *n°*. 2, dans laquelle 1,2,3 représente des petites aiguilles ou des molécules élementaires. Dans chaque molécule le fluide magnétique peut se transporter d'une extrémité à l'autre, mais ne peut pas sortir de la molécule : ainsi, dans la première aiguille, si le fluide aimantaire est condensé à l'extrémité boréale de la quantité a, dans cette même aiguille il sera dilaté à l'extrémité australe au-dela de l'état de neutralisation de la quantité a; dans l'aiguille 2 il pourra être condensé à l'extrémité boréale d'une quantité $a+b$; ainsi il sera dilaté à l'autre extrémité de l'aiguille de la même quantité $a+b$; dans l'aiguille 3 il sera condensé à l'extrémité boréale de la quantité $a+b+c$; ainsi à l'autre extrémité de la même aiguille, il sera dilaté de la même quantité; il en sera de même pour tous les autres élémens de cette fibre.

De-là il résulte qu'à l'extrémité de notre fibre, la force boréale sera a; qu'à l'extrémité boréale du deuxième élément, la force boréale sera réduite à b, la force a étant détruite par la force négative a de l'extrémité australe de l'élément 1; à l'extrémité boréale de l'élément 3, la force boréale sera réduite à c, la partie $(a+b)$ étant détruite par la force négative du pole austral de l'élément 2.

Il est facile, à présent, en remplaçant notre fibre dans la *fig.* 9, *n*°. 1, de voir qu'en prenant dans cette fibre, du côté boréal, par exemple, un point quelconque δ, dont la force boréale, réduite, d'après l'observation qui précéde, soit représentée par δ. Si l'on tire par ce point δ, une ligne *o f* perpendiculaire à la longueur de la lame; dans l'état de stabilité, l'action de toute la partie *a b f o* sur le point δ, étant décomposée dans la direction *h* δ, doit faire équilibre à l'action de toute la partie restante *f o c d*, plus à la force coercitive qui empêche le fluide de couler dans chaque élément.

Ainsi, dans notre hypothèse, le calcul des actions magnétiques ou de l'intensité de forces magnétiques de chaque point, doit nous donner précisément le même résultat que celui du transport du fluide magnétique, d'une extrémité d'une lame à l'autre. Calcul qui donne, comme nous l'avons vu, la plus grande conformité entre les expériences et la théorie, lorsque les aiguilles sont aimantées à saturation.

XXXII.

Nous avons jusqu'ici essayé de déterminer par l'expérience et par la théorie, les principales loix de la distribution du fluide magnétique dans des aiguilles de différentes longueurs et de différentes grosseurs; nous avons vu qu'au moyen de quelques corrections, il étoit facile de faire cadrer la théorie avec les phénomènes magnétiques. Nous allons actuellement donner quelques expériences destinées à déterminer, 1°. la forme la plus avantageuse des aiguilles aimantées, destinées à indiquer le méridien magnétique; 2°. le degré de trempe et de recuit qui convient le mieux aux lames d'acier, pour prendre le magnétisme; 3°. le degré de magnétisme que prend un faisceau de lames aimantées, ainsi que chaque lame de ce faisceau, lorsqu'on la détache de ce faisceau, et que sans l'aimanter de nouveau, l'on en déter-

mine la force magnétique ; 4°. les moyens qui nous ont le mieux réussi pour aimanter les aiguilles d'acier à saturation, et pour former des aimans artificiels.

XXXIII.

Forme et degré de trempe des aiguilles aimantées

La plupart des auteurs ont cru que la forme la plus avantageuse des aiguilles aimantées, étoit une lame d'acier ayant la figure d'un parallélograme rectangle.

L'expérience m'a prouvé qu'à même longueur, même poids et même épaisseur, une lame taillée en flèche, *fig.* 9, *n°*. 3, avoit un *momentum* magnétique, plus grand qu'un parallélograme rectangle.

HUITIÈME EXPÉRIENCE

Dans une lame d'acier, que l'on trouve dans le commerce sous le nom de tole d'acier d'Angleterre, l'on a coupé trois aiguilles de la longueur de six pouces.

La première étoit un parallélograme rectangle de $9\frac{1}{2}$ ligne de large, qui pesoit 382 grains.

La seconde, également parallélogramatique rectangle, avoit $4\frac{3}{4}$ ligne de large, et pesoit 191 grains.

La troisième, taillée en flèche, avoit à son milieu $9\frac{1}{2}$ ligne de large, et pesoit comme la deuxième, 191 grains.

L'on a suspendu successivement ces trois aiguilles dans la balance magnétique, après les avoir aimanté, et on a eu les résultats suivans:

PREMIER ESSAI.

Les trois aiguilles trempées, rouge blanc.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 382 grains a été retenue à 30 degrés de son méridien magnétique, par une

force de torsion, mesurée par. . . . . 85 dégrés.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 191 grains par. 49

L'aiguille en flèche, pesant 191 grains par 53

DEUXIÈME ESSAI.

Les aiguilles recuites à consistance d'un ressort violet.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 382 grains, a été retenue à 30 degrés du méridien magnétique, par une force de torsion de. . . . . 118 Degrés.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 191 grains par. 65

L'aiguille en flèche, pesant 191 grains, par 68

TROISIÈME ESSAI.

Les aiguilles recuites, couleur d'eau.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 382 grains, a été retenue à 30 degrés du méridien magnétique, par une force de torsion de. . . . . 126 Degrés.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 191 grains par. 68

L'aiguille en flèche pesant 191 grains par . 3

QUATRIÈME ESSAI.

Les aiguilles recuites à un degré de chaleur, rouge obscur.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 382 grains, a été retenue à 30 degrés du méridien magnétique, par une force de torsion mesurée par . . . . 134 Degrés.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 191 grains, par 70

L'aiguille en flèche, pesant 191 grains, par . 79

CINQUIÈME ESSAI.

Les aiguilles rougies à blanc et non trempées.

En faisant rougir les aiguilles à blanc, et les laissant refroidir lentement sans les tremper, l'on a trouvé que le degré du magnétisme qu'elles pouvoient prendre étoit à-peu-près le même que lorsque les aiguilles étoient trempées rouge-blanc, comme dans le premier essai.

XXXIV.

Remarque sur cette expérience.

Cette expérience nous apprend, 1°. que dans les lames, l'état de trempe très-roide est celui où elle se charge le moins de magnétisme, que dans cet état, le magnétisme est à-peu-près le même que lorsque l'aiguille est recuite rouge-blanc : que depuis l'état de la plus forte trempe, le magnétisme des lames va toujours en augmentant dans tous les degrés de recuit, jusqu'à ce que le recuit soit d'un rouge très-sombre, et que le magnétisme diminue ensuite à mesure que la lame est recuite à un plus grand degré de chaleur, que parvenu au rouge-blanc et refroidie lentement, la lame étant ensuite aimantée, prendra à-peu-près le même degré de magnétisme qu'après la trempe la plus roide sans recuit.

Cette expérience montre encore que dans des lames de même épaisseur et de même poids, le *momentum* magnétique de celle taillée en flèche, est un peu plus grand que dans les aiguilles parallélogramatique.

Enfin, il est encore facile de voir dans cette expérience que dans un parallélograme de la même épaisseur et longueur, mais d'une largeur double d'un autre, le *momentum* magnétique n'est pas deux fois aussi grand. Ce résultat étoit indiqué par la théorie.

XXXIV.

Etat magnétique d'un faisceau composé de plusieurs lames.

NEUVIÈME EXPÉRIENCE.

Dans la même tôle d'acier qui a servi aux expériences précédentes, l'on a taillé 16 aiguilles parallélogramatiques rectangles, de 6 pouces de longueur, et de 9 lignes et demi de large, pesant chacune 382 grains. Elles ont toutes été recuites à blanc sans les tremper pour être sûr de les avoir dans le même état; parce que, ainsi que nous venons de le voir, le magnétisme varie suivant le degré de trempe et de recuit, et qu'il auroit été difficile de s'assurer que l'état de ressort eût été le même dans toutes les lames si l'on avoit employé un plus foible degré de recuit, chaque aiguille a été aimantée à saturation en particulier, et on les a réunies ensuite en joignant ensemble les poles du même nom, l'on formoit, par ce moyen, des faisceaux d'un certain nombre d'aiguilles, que l'on lioit ensemble avec un fil de soie très-fin, mais assez fort pour les serrer l'une contre l'autre. L'on plaçoit le faisceau dans la balance magnétique, en l'éloignant à chaque essai de 30 degrés de son méridien magnétique, l'on observoit la force de torsion nécessaire pour la retenir à cette distance.

1er. *Essai.* Une seule aiguille à 30 degré de son méridien magnétique, il a fallu pour la retenir à cette distance, une force de torsion mesurée par . . . 82 Degrés.

2e. *Essai.* Deux aiguilles réunies 125

3e. *Essai.* Quatre aiguilles réunies 150

4e. *Essai.* Six aiguilles réunies 172

5e. *Essai.* Huit aiguilles réunies 182

6e. *Essai.* Douze aiguilles réunies 205

7e. *Essai.* Seize aiguilles réunies 229

XXXIV.

XXXIV.

NEUVIÈME EXPÉRIENCE.

Décomposition de l'aiguille précédente.

J'ai séparé les 16 aiguilles du septième essai de l'expérience précédente ; je les ai placées successivement dans la balance magnétique, en les éloignant à 30 degrés du méridien magnétique, et en nommant, première aiguille, celle d'une des surfaces du faisceau, et de suite jusqu'à la seizième qui forme l'autre surface, j'ai trouvé :

		Degrés.
1er. *Essai.*	Première aiguille est retenue à 30 degrés de son méridien, par une force de torsion de .	46
2e. *Essai.*	Deuxième aiguille	39
3e. *Essai.*	Troisième aiguille	$14 \frac{1}{2}$
4e. *Essai.*	Quatrième aiguille	$44 \frac{1}{2}$
5e. *Essai.*	Cinquième aiguille	31
6e. *Essai.*	Sixième aiguille	$32 \frac{1}{2}$
7e. *Essai.*	Septième aiguille	$22 \frac{1}{2}$
8e. *Essai.*	Huitième aiguille	$30 \frac{1}{2}$
9e. *Essai.*	Neuvième aiguille	30
10e. *Essai.*	Dixième aiguille	26
11e. *Essai.*	Onzième aiguille	$29 \frac{1}{2}$
12e. *Essai.*	Douzième aiguille	34
13e. *Essai.*	Treizième aiguille	26
14e. *Essai.*	Quatorzième aiguille	32
15e. *Essai.*	Quinzième aiguille	30
16e. *Essai.*	Seizième aiguille	48

L'on a de nouveau réuni toutes les aiguilles, sans rien changer à leur état magnétique, ni à l'ordre où elles étoient dans le septième essai de la huitième expérience ; plaçant le faisceau dans la balance magnétique, et l'éloignant à 30 degrés de son méridien, il a fallu, pour le retenir à cette

distance, une force de torsion de 229 degrés, exactement la même qu'avant la désunion des aiguilles.

XXXV.

Résultat des deux dernières expériences.

La huitième expérience prouve que la force magnétique de chaque faisceau croît dans un beaucoup moindre rapport que le nombre des lames, ou que l'épaisseur du faisceau. Une lame seule a, pour *momentum* de sa force directrice, 82 degrés de torsion, tandis que pour 16 aiguilles réunies, le *momentum* magnétique moyen de chacune, a pour mesure $\frac{229}{16}$ degrés ou 14,3 degrés, c'est-à-dire, à-peu-près la sixième partie de 82 degrés, force directrice d'une seule lame isolée et aimantée à saturation. J'ai déjà tiré de ce résultat une conclusion très-importante, dans le *neuvième volume des savans étrangers*, relativement aux aiguilles de boussole destinées à indiquer le méridien, et portée sur des chapes et des pivots : c'est que le *momentum* du frottement des pivots augmentant, comme je l'ai prouvé pour lors, dans un rapport plus grand que les pressions, tandis que les *momentum* magnétiques croissent dans un rapport beaucoup moins grand que les masses ou que les pressions des pivots, les aiguilles peu épaisses et très-légères sont à même longueur préférables à toutes les autres. L'on voit en effet par notre expérience, qu'en supposant même les *momentum* des frottemens proportionnels aux pressions, si le frottement pouvoit produire sur une seule lame aimantée à saturation, une erreur de 4′ dans sa position relativement au méridien magnétique, d'après notre expérience, elle en produiroit une six fois plus grande, ou à-peu-près de 24′, si l'on s'étoit servi d'un faisceau de seize lames.

Il est inutile d'examiner ici les lois que suivent le *momentum* magnétique des faisceaux de lames que nous avons

soumis aux expériences ; il faudroit, pour avoir cette loi, étendre le travail que nous avons fait, expérience huitième, pour un cas particulier, à des lames de différentes longueurs et de différentes largeurs : mais il nous paroît facile de prévoir ces résultats d'une manière suffisamment exacte dans la pratique, d'après toutes les recherches que nous avons présentées au commencement de ce mémoire, dans des cas analogues, pour des cilindres d'acier de différentes grosseur et longueur.

En examinant à présent le tableau donné par la neuvième expérience, l'on voit que les deux lames des surfaces du faisceau décomposé, ont une plus grande force magnétique que les autres. La première étant mesurée par 46 degrés, et la seizième par 48 degrés, l'on voit également que le *momentum* moyen de toutes les autres lames est à-peu-près égal et mesuré par 30 degrés. Car quoique le *momentum* magnétique de la troisième lame n'ait été trouvé dans cette expérience que de 14 degrés et demi, cette diminution est compensée par le *momentum* des aiguilles qui avoisinent; la deuxième ayant pour mesure de sa force directrice 39 degrés, et la quatrième 44 degrés; ensorte que le *momentum* moyen de ces trois aiguilles est $\frac{39 + 14\frac{1}{2} + 44}{3} = 31\frac{1}{6}$: en répétant cette expérience, et remplaçant la troisième lame par une autre, je n'ai plus trouvé d'irrégularité, et cette troisième lame avoit une force directrice mesurée par 32 degrés comme les autres.

Mais une observation bien curieuse que présente cette neuvième expérience, c'est que la somme des *momentum* particuliers de toutes les lames nous donne une quantité plus que double de celle du faisceau composé. Si en effet nous ajoutons ensemble les *momentum* de toutes les lames de la neuvième expérience, nous trouvons cette somme égale à 516 degrés; tandis qu'en réunissant toutes les aiguilles, le faisceau ainsi composé ne nous donne que 229 degrés.

Ce dernier résultat pourroit s'expliquer, dans notre théorie, par l'état contraint du fluide magnétique, repoussé des extrémité de chaque élément dans le faisceau composé, par l'action de toutes les lames réunies, et sur-tout par celle des surfaces; action qui n'a lieu d'une manière sensible qu'aux extrémités du faisceau. Lorsque le faisceau est décomposé, l'action des parties éloignées des extrémités, qui reste à-peu-près la même que dans les lames composées, repousse le flnide magnétique vers les extrémités; d'où résulte l'augmentation du *momentum* que nous venons de trouver par l'expérience.

XXXVI.

DIXIÈME EXPÉRIENCE.

Décomposition d'un faisceau de quatre lames.

J'ai réuni seulement quatre des aiguilles précédentes, après les avoir aimantées à saturation; le faisceau, éloigné à 30 degrés de son méridien, y étoit rappellé par une force mesurée, par. . . . . 150 degrés.

Ces aiguilles désunies étoient rappellées au méridien.

La première, par une force de *momentum*, mesurée par. 70
La deuxième, par. 44
La troisième, par. 44
La quatrième. 60

XXXVII.

ONZIÈME EXPÉRIENCE.

Décomposition d'un faisceau de huit lames.

Huit aiguilles réunies ont été rappellées au méridien

magnétique, dont elles étoient éloignées de 30 degrés, par une force de. . . . . 183^{degrés}.

Les aiguilles avoient été séparées.

La première étoit rappellée par une force mesurée, par. 48

La deuxième. 36

La troisième. 35

La quatrième. 33

La cinquième. 34

La sixième. 38

La septième. 35

La huitième. 51

Il est inutile de s'arrêter à ces deux expériences. Elles donnent des résultats analogues à ceux que nous avons développés dans les articles qui précédent : nous allons passer aux méthodes pour aimanter les lames à saturation, et pour former des aimans artificiels.

XVIII.

De la maniere d'aimanter.

Je vais présenter les moyens qui m'ont le mieux réussi, pour construire, avec peu de dépenses, des aimans artificiels d'une très-grande force ; il sera facile de voir que j'ai été dirigé par les expériences et les observations qui précédent.

Lorsque l'on veut aimanter un fil ou une lame d'acier, l'on sent qu'il doit être avantageux, lorsqu'on se sert de deux barres pour aimanter, de faire concourir l'action des deux poles de ces barres. C'est ce qui a fait imaginer la méthode de la double touche. *La fig.* 10 indique la manière dont elle a été d'abord pratiquée ; sur l'aiguille *n s* que l'on vouloit aimanter, l'on plaçoit verticalement les deux barreaux S N, S' N' à 7 à 8 lignes de distance l'un de l'autre, plus ou

moins, suivant la force des aimans : les points S et S' représentent les poles sud, et N et N' les poles nord. L'on promène, dans cette situation, les deux barreaux d'une extrémité de l'aiguille *n s* à l'autre.

M. OEpinus a remarqué que dans cette méthode le centre d'action des deux aimans N S, N' S', étant nécessairement placé à quelque distance de leurs extrémités, au point μ, par exemple, l'action sur les points de l'aiguille, compris entre les deux barres, se fait très-obliquement, et ne donne pas par conséquent à cette aiguille tout le degré de magnétisme qu'elle pourroit recevoir. Ainsi, au lieu de placer dans cette opération les deux barres verticalement, M. OEpinus conseille de les incliner sur l'aiguille, comme à la *fig.* 11, et de les promener dans cette situation d'une extrémité de l'aiguille à l'autre.

J'ai trouvé effectivement, au moyen de la balance magnétique, que j'ai décrite au commencement de ce mémoire, que la méthode de M. OEpinus étoit préférable à la première ; mais j'ai en même-temps trouvé qu'elle ne donnoit pas tout à fait aux aiguilles le degré de saturation magnétique ; que le plus souvent même, lorsque l'aiguille avoit beaucoup de longueur, il se formoit dans les parties intermédiaires plusieurs poles, dont l'action, à la vérité, étoit peu considérable, mais étoit sensible. J'en attribue la cause à l'action particulière de chaque aimant, qui tend à produire sur les points dépassés par les deux aimans, un effet contraire à celui que l'on cherche. Dans notre *fig.* 11, le pole S, par exemple, placé sur l'aiguille, tend à donner en même-temps au point *q* qui est placé sous le pole *s*, la même nature de magnétisme, qu'au point μ ; c'est-à-dire, que dans l'hypothèse des deux fluides magnétiques, qui peuvent se transporter vers les deux extrémités des aiguilles, si le point μ est entraîné vers le point *n* ; le point *q* qui l'avoisine sera entraîné vers le point *s*, après que ce point *q* aura été dépassé par les deux aimans : dans notre hypo-

thèse, où le fluide magnétisme ne peut se mouvoir que dans les parties intégrantes, les molécules μ et q, qui sont voisinent, tendent à s'aimanter en sens contraire ; ce qui doit produire une diminution de magnétisme vers les extrémités des aiguilles, où le fluide magnétique doit être le plus condensé, et ce qui peut, dans les aiguilles très-longues, ainsi que l'expérience le prouve, donner naissance à plusieurs poles. Cette observation, qui ne pouvoit être que le fruit des mesures, exactes données par nos expériences, m'a obligé à changer la méthode d'aimanter de M. OEpinus ; et voici, après plusieurs tentatives, le moyen qui, d'après la balance magnétique, a paru le plus avantageux.

Je me sers, pour mon opération, de quatre aimans très-forts, construits d'après une méthode que je vais détailler tout-à-l'heure. Je pose, *fig.* 12, sur un plan horisontal, mes deux plus forts aimans N S, N S, en les plaçant en ligne droite, de manière qu'ils soient éloignés l'un de l'autre, d'une quantité de quelques lignes moindre que la longueur de l'aiguille *n s*, que je veux aimanter. Je prends ensuite les deux aimans N′ S′, et les inclinant comme dans la méthode de M. OEpinus, je les pose d'abord, en joignant presque leurs poles sur le milieu *m* de l'aiguille ; je tire ensuite chaque aimant, sans changer son inclinaison jusqu'à l'extrémité de l'aiguille, et je recommence cinq ou six fois cette opération sur les différentes faces de l'aiguille. Il est clair que dans cette opération, les poles de l'aiguille *n s* restent fixes et invariables aux extrémités de l'aiguille, au moyen des deux forts aimans N S, sur lesquels cette aiguille est posée : l'effet produit, par ces deux aimans, ne peut qu'être augmenté par l'action des deux aimans supérieurs qui concourent à aimanter toutes les molécules de l'aiguille dans la même direction.

Comme par l'opération qui précéde, l'aiguille *n s*, placée entre les deux gros aimans, acquiert, par le concours des actions des quatre aimans, une force polaire plus forte que

celle qu'elle peut conserver, lorsqu'on la sépare de ces aimans, il en résulte qu'au moment de cette séparation, l'aiguille perd une partie de magnétisme qu'elle devoit à ces forces, et que son magnétisme diminue jusqu'à ce que l'action magnétique de toute l'aiguille, sur chacun de ses points, soit en équilibre avec la force coërcitive. Ainsi, en séparant l'aiguille des aimans, elle se trouve aimantée à saturation.

J'ai trouvé encore qu'en aimantant par notre méthode, l'on étoit plus sûr de donner aux surfaces des lames destinées à former des aiguilles, pour indiquer le méridien magnétique, un degré de magnétisme égal; ce qui paroît mériter une grande attention dans la construction des boussoles, si l'aiguille est suspendue de champ.

XXXIX.

Construction des aimans artificiels.

J'ai pris, *fig.* 13, une trentaine de lames d'acier trempées et revenues à consistance de ressort, de 5 à 6 lignes de large, sur 2 ou 3 lignes d'épaisseur, et de 36 pouces de longueur; les lames de fleuret, telles qu'on les trouve dans le commerce, forment d'assez bons aimans. La tole d'acier d'Angleterre, coupée par lames d'un pouce de large, trempée et recuite à consistance de ressort, dans les degrés indiqués, *art.* 33, est préférable. Lorsque je n'emploie à chaque aimant que 15 ou 20 livres pesant d'acier, il suffit de donner aux lames 30 à 36 pouces de longueur.

J'aimante chaque lame en particulier, d'après la méthode prescrite à l'article qui précède : je prends ensuite deux parallélipipedes rectangles de fer très-doux et très-bien poli, de six pouces de longueur, de 20 à 24 lignes de large, et de dix à 12 lignes d'épaisseur; je forme, avec ces deux parallélipipedes, représenté *fig.* 13, en N et S, l'armure de mon aimant, en enveloppant une extrémité de chaque parallélipipede d'une couche de mes lames d'acier aimantées, de manière

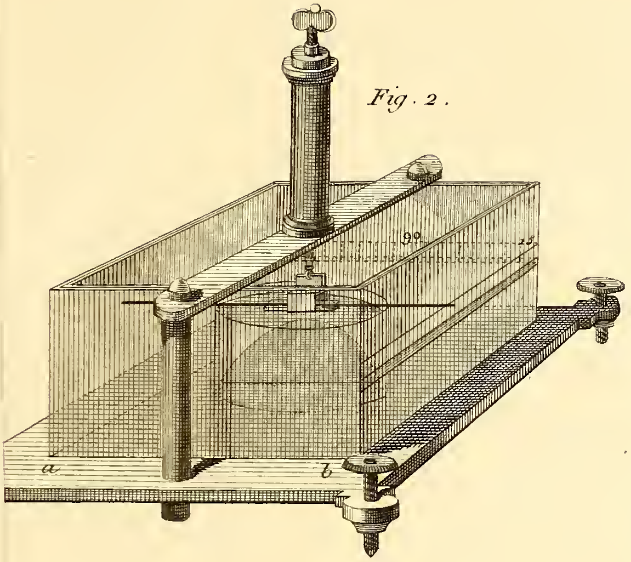
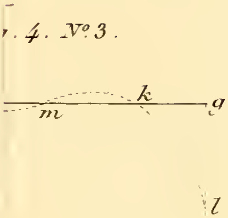


Fig. 2.



. 4. N.° 3.

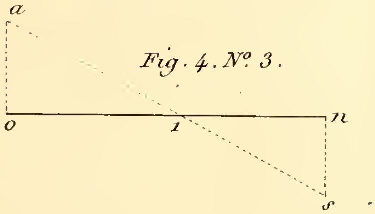


Fig. 4. N.° 3.

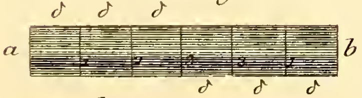


Fig. 5.

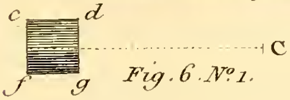


Fig. 6. N.° 1.

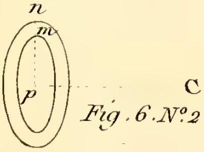
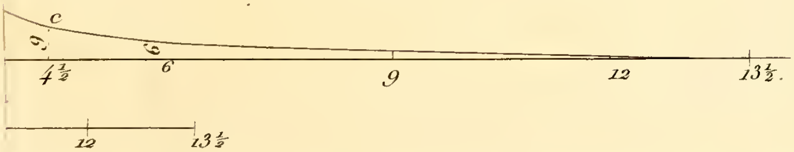


Fig. 6. N.° 2.



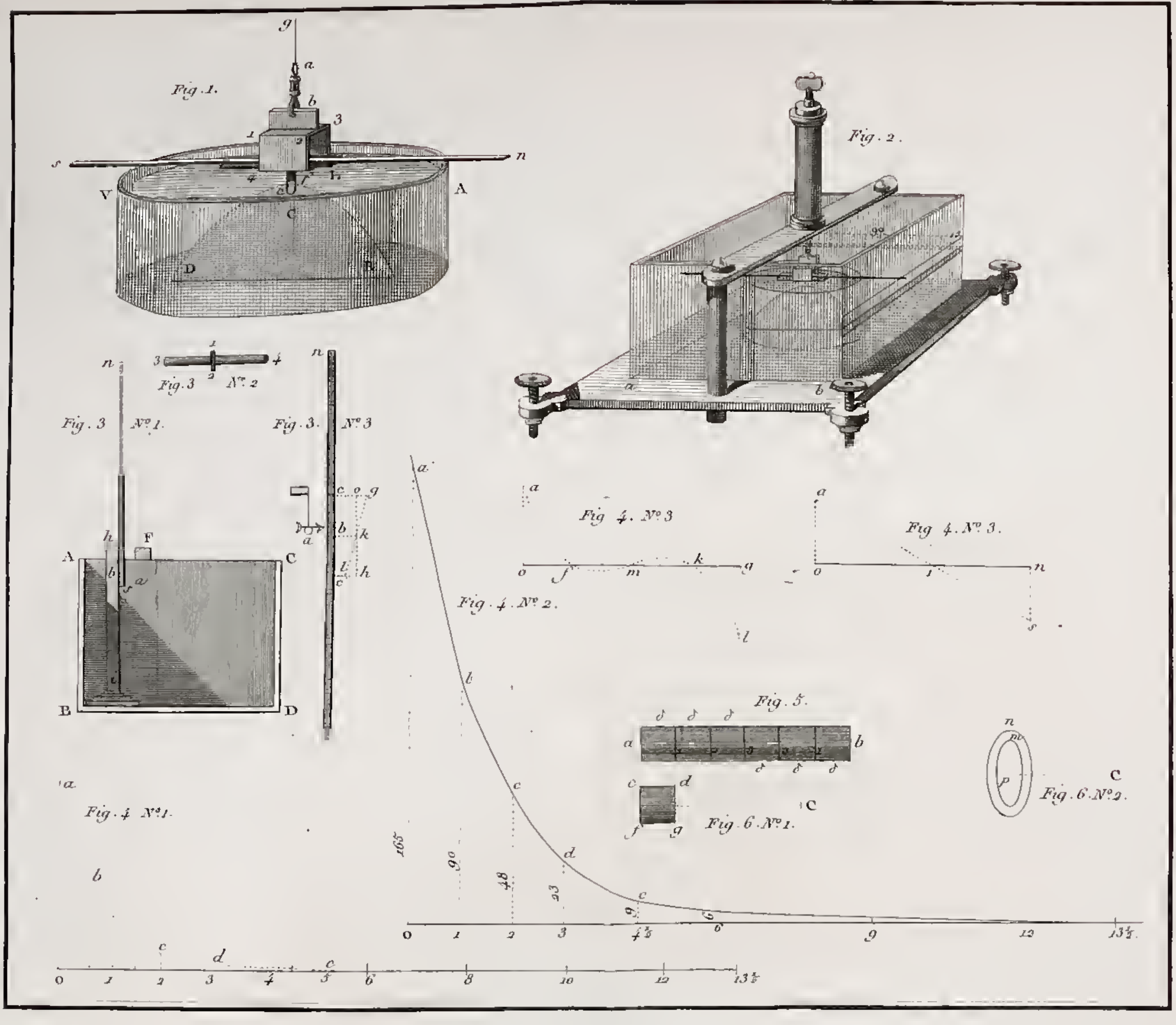


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3 N°. 1.
Fig. 3 N°. 2
Fig. 3. N°. 3
Fig. 4 N°. 1.
Fig. 4. N°. 2.
Fig. 4. N°. 3
Fig. 4. N°. 3.
Fig. 5.
Fig. 6. N°. 1.
Fig. 6. N°. 2.
165
90
48
23
9
6
0 1 2 3 4½ 6 9 12 13½
0 1 2 3 4 5 6 8 10 12 13½

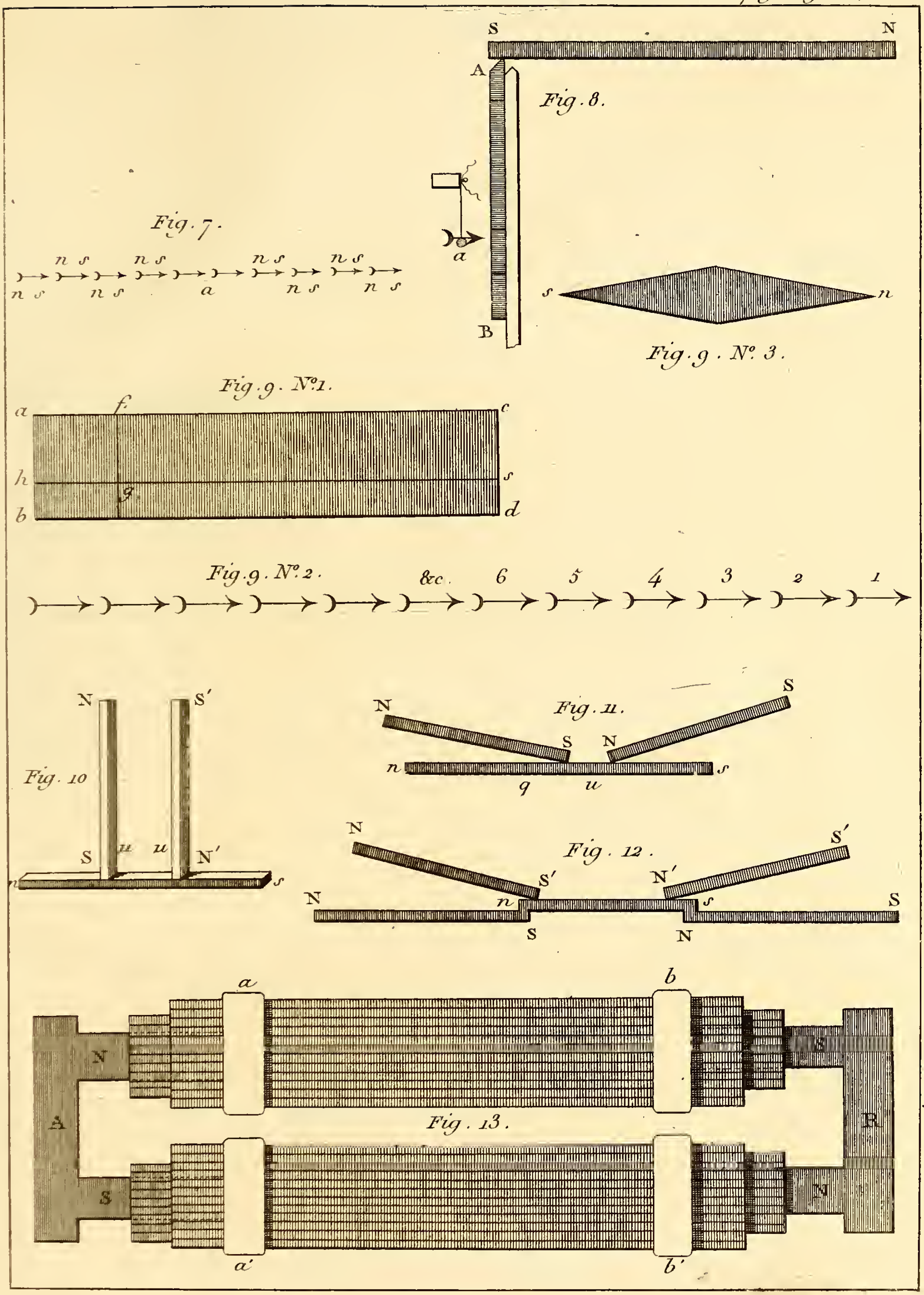


Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9. N°. 1.
Fig. 9. N°. 2.
Fig. 9. N°. 3.
Fig. 10
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.

nière que l'extrémité des parallélipipedes dépasse l'extrémité des lames, de 20 à 24 lignes, et que l'autre extrémité des parallélipipedes se trouve enveloppée par l'extrémité des lames. Sur cette première couche de lames d'acier, de 3 à 4 lignes d'épaisseur, j'en place une seconde qui a 3 pouces de moins de longueur que la première, ensorte que la première dépasse cette deuxième de 18 lignes, de chaque côté; l'on fixe le tout aux extrémités, au moyen de deux anneaux de cuivre qui serrent les lames l'une contre l'autre et qui empêche l'armure de s'échapper.

La *fig.* 13 représente deux aimans artificiels, composés d'après la méthode que nous venons de prescrire; N et S, sont les deux extrémités des deux parallélipipedes de fer; les deux autres extrémités, engagées entre les lames d'acier, sont ponctuées dans cette même figure. Chaque aimant ainsi composé, est fixé solidement par des anneaux de cuivre qui sont marqués sur les deux aimans en *a*, *b*, *a'*, *b'*, les contacts placés en A et B, réunissent les poles des armures.

L'expérience m'a appris qu'avec un appareil de cette forme, chaque aimant pesant 15 ou 20 livres, il falloit une force de 80 à 100 livres pour séparer les contacts : qu'en plaçant les aiguilles ordinaires de boussole sur les deux extrémités de nos deux barres, composées comme dans la *fig*, 12, elles s'aimantoient à saturation, sans qu'il fût nécessaire de les frotter avec les aimans supérieurs; il est inutile d'avertir, que lors que l'on voudra se procurer des aimans d'une plus grande force, il faudra, à mesure que l'on multipliera le nombre des lames d'acier, augmenter leur longueur, et les dimensions des parallélipipedes de fer, qui servent d'armure. Il seroit facile d'évaluer les différentes dimensions que doivent avoir les aimans d'une manière suffisamment exacte dans la pratique, d'après les lois du magnétisme et la position du centre d'action des fils d'acier de différentes longueurs et grosseurs, que nous avons exposés dans le courant de ce Mémoire.

MÉMOIRE

SUR L'ANCIENNETÉ DE LA SPHÈRE EN GÉNÉRAL,

Et de quelques Constellations en particulier.

PAR M. LE GENTIL.

L'ancienneté de la sphère est généralement connue des astronomes, ainsi que celle du zodiaque qui n'en est pas la partie la moins intéressante. Ce cercle qui traverse obliquement en forme de grande roue, et au milieu duquel est une ligne que l'on conçoit sans largeur, a été évidemment imaginé pour tracer, dans le ciel, la route apparente du soleil, au travers des étoiles ou des constellations qu'il renferme. Il est cependant vraisemblable que le zodiaque, en tant qu'il représente la route du soleil et son cours annuel, ne remonte pas jusqu'aux premiers âges de l'astronomie. Il paroît que le zodiaque de la lune a précédé celui du soleil, et qu'il est le premier en date. Or, ce premier zodiaque me semble être celui que l'on retrouve encore aujourd'hui chez les indiens, composé de vingt-sept constellations : avec celui-ci, on aura sans doute formé celui du soleil. Les brames m'ont formellement enseigné que chaque signe du zodiaque solaire est composé de deux constellations et un quart de constellation de celui de la lune. Les anciens paroissent donc avoir d'abord formé un zodiaque pour la route de la lune ; il étoit bien naturel et bien juste que le soleil eût le sien. Je ne pense pas qu'il puisse jamais y avoir de doute sur tous ces objets, parmi les astronomes ; je dis parmi les astronomes, car je sais qu'un